Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

Facultad de Ciencias Naturales y Ciencias de la Salud.

Departamento de Química

MÓDULO DE MATEMÁTICA

(CICLO LECTIVO 2018)

http://www.fcn.unp.edu.ar/

Estimado Alumno:

El presente cuadernillo fue elaborado con la intención de que se transforme en un instrumento de trabajo que nos acerque mutuamente en la tarea de pensar y hacer Matemática.

Diálogo, discusión, lectura y preguntas, propuestas de resolución y búsqueda de soluciones posibles de un problema no deberían significar una "pérdida de tiempo" durante nuestros próximos encuentros de trabajo presencial de febrero 2018.

Muy por el contrario creemos que **el fruto del esfuerzo que todas estas actitudes implican será el éxito de nuestro aprendizaje.** Debemos creer en nuestras capacidades, aceptar nuestros propios tiempos internos de aprendizaje y alejar la sensación de que no podemos aprender matemática. ¿Cómo? esforzándonos y valorando nuestro tiempo, **siendo constantes en el estudio y en el deseo de lograr los objetivos que nos hemos propuesto al elegir una carrera universitaria.**

En principio, te proponemos que trabajes en forma individual con este cuadernillo ya que el mismo incluye temas que has visto en la Escuela Media. Mientras estés trabajando si te surgen dudas sobre el contenido no dudes en consultar los libros de texto que ya conoces y/o te sugerimos aquí.

Luego, en la Facultad de C.N. y C.S., desde el **5 de febrero hasta el 2 de marzo de 2018** se dictará el Curso de Nivelación de Matemática con **encuentros presenciales y asistencia** , cuyo objetivo principal es la evacuación de dudas conceptuales que pudieran haberse presentado durante la resolución de los ejercicios de este Módulo. Podes contactarnos en http://campus2.unp.edu.ar/ para realizar consultas y acceder al material teórico de apoyo para los temas.

Ten presente que los contenidos de este cuadernillo son considerados básicos para abordar el cursado de las asignaturas de primer año del área de Matemática.

El esfuerzo, siempre vale la pena. Inténtalo y éxitos!

CONTENIDOS:

-Números. Operaciones con números reales-Aplicación de propiedades de números reales (N, Z, Q, R).

-Función Lineal. Pendiente –Ordenada al origen- Representación gráfica de la función lineal-Construcción de una función lineal-Ecuaciones con Valor Absoluto-Función de proporcionalidad –Sistemas de ecuaciones Lineales y su resolución gráfica y analítica-Inecuación Lineal.

-Función Cuadrática. Ecuación cuadrática completa e incompleta. Representación gráfica de la función cuadrática-Forma general y forma canónica. Factorización de una ecuación cuadrática-Sistemas de ecuaciones mixtos y su resolución gráfica y analítica.

-Polinomios- Factorización -Expresiones Racionales. Operaciones con polinomios-Raíces de un polinomio-Operaciones con expresiones algebraicas racionales enteras y fraccionarias.

-Funciones Exponenciales y Logarítmicas. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas-Propiedades de logaritmos-Representación gráfica de funciones de la forma: $\mathbf{y = k\, a^x}$ ($k \neq 0$; $a>0; a \neq 1$; $a, k \in R$, fijos) ; $\mathbf{y = \log_b x}$ ($x>0$; $b>0; b \neq 1$; $b \in R$, fijo). Aplicaciones.

-Trigonometría. Ángulos orientados-Sistemas de medición de ángulos-Equivalencia entre grados sexagesimales y radianes-Funciones trigonométricas de un ángulo agudo y de un ángulo cualquiera-Cálculo del valor de las funciones trigonométricas- Relaciones entre los valores de las funciones trigonométricas-Signos de las funciones trigonométricas-Identidades y ecuaciones trigonométricas.

BIBLIOGRAFÍA:

Sugerimos los siguientes libros de texto.

- Precálculo 3°ed. (Stewart, James); Ed. Thomson-2001.
- Precálculo 7°ed. (Larson,R.- Hostetler,R.); Ed. Reverté-2008.

*Debido a que los temas abordados versan sobre conceptos básicos de Matemática del Nivel Medio, te sugerimos tambien utilizar otros libros que incluyan estos temas y que puedes encontrar en bibliotecas, además de videos, sitios de internet, otros.

Primer Tema: EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y ECUACIONES LINEALES

Ejercicio 1:

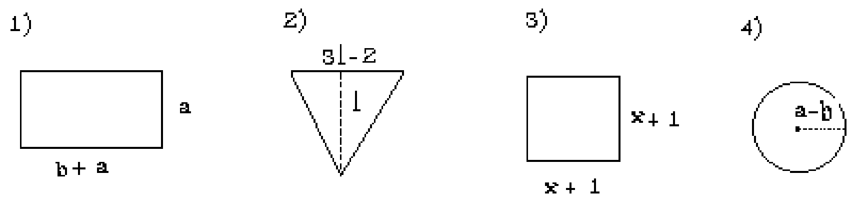
a) Completa el siguiente cuadro (Puede ocurrir que no exista resultado, en algunos casos)

a	b	c	a.b	a+c	b:c	a+ b. c	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$	$\frac{b}{a}+\frac{b}{c}$
5	6	2						
0,1	4	8/5						
1,5	0,5	20						
- 2	- 2/3	- 9						
$0.\overset{\frown}{1}$	1	0						

b) Responde: ¿Cuáles de los siguientes enunciados son falsos y por qué?

(a + c) / b = a/b + c/b ; $b \neq 0$	
b/ (a + c)= b/a + b/c ; $a \neq 0$, $c \neq 0$, $a+c \neq 0$	
1/ (1/a) = a	
1/b = b^{-1}	

Ejercicio 2: ¿Cuál es la expresión algebraica que indica el perímetro y el área de las figuras dibujadas?



Ejercicio 3: Resuelve las siguientes ecuaciones, indicar a que conjunto numérico pertenece la solución obtenida y representarla en la recta numérica.

a) $7x + \sqrt{3} = 2$

b) $3x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}x - 7$

c) $21 - 7x = 41x - 123$

d) $\frac{x}{4} - \frac{x-5}{2} = x - \frac{1}{8}$

e) $\dfrac{x+4}{5}-7=3-\dfrac{x+2}{4}$

f) $\left(\sqrt{(1+4)^2-16}-3\right)x=\dfrac{1}{5}$

g) $\dfrac{1}{6}(a+8)=\dfrac{3-2a}{4}+2a-\dfrac{73}{12}$

h) $\dfrac{2t}{15}-\dfrac{3t-5}{20}=\dfrac{t}{5}-3$

Te proponemos que realices los ejercicios que figuran en el anexo

Segundo Tema: FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

Ejercicio 1: Escribe en la forma y = mx +b y representa gráficamente:

a) y=2+3(x-1)   b) y= -2(3-x)   c) 2x+3y=6   d) x/(y+2)=7
e) 2/(x+3)=1/(y+4)

Ejercicio 2: Averigua si los puntos (51;-25,2) , (-13 ; 6,7) , (0,3 ; 3/2) pertenecen a la recta y= -0,5x + 0,3

Ejercicio 3: Determina los puntos de intersección de las siguientes rectas con los ejes coordenados:
a) y =3x-5   b) y = - 0,2 x + 1   c) y = (2/5)x + 1   d) y = 3x

Ejercicio 4: En las siguientes funciones, calcula x de modo que y valga 3

a) y = 5x   b) y=3x-3   c) y= - 10x +1   d) y = -(1/6)x – ½

Para tener en cuenta:

Al deslizarnos sobre la gráfica de una función, desde un punto de coordenadas (x_0; y_0) a un punto de coordenadas (x_1; y_1), realizamos un incremento.

Si separamos las variables:

- ✓ Cuando del valor x_0 pasamos a un valor x_1, decimos que esta variable ha experimentado un **incremento Δx** (se lee *"delta x"*) : **$\Delta x = x_1 - x_0$**

✓ Cuando del valor y_0 pasamos a un valor y_1, decimos que esta variable ha experimentado un **incremento Δy** (se lee *"delta y"*) : **$\Delta y = y_1 - y_0$**

A pesar de usar la palabra *incremento*, el **concepto** describe más bien una **variación** de las variables. Luego, estos *incrementos* pueden ser positivos, negativos, o incluso nulos.

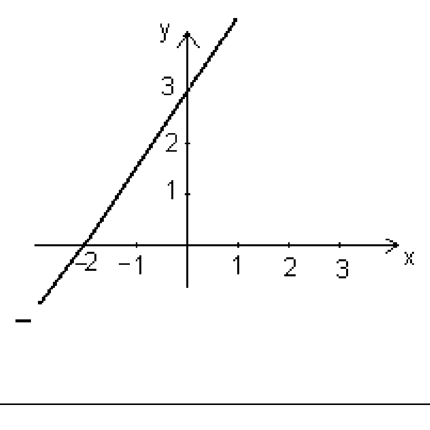
Ejercicio 5: Dada la función g(x) = 2x – 3

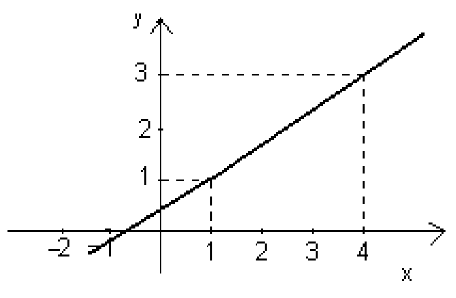
a) completa la siguiente tabla:

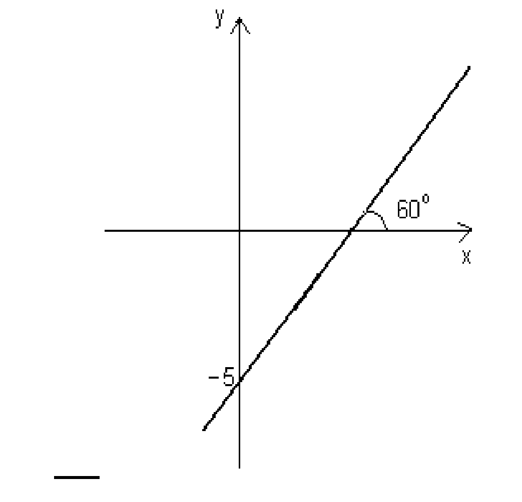
$(x_0; y_0)$	$(x_1; y_1)$	Δx	Δy	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
(-1 ; -5)	(3; 3)			
(-1 ; -5)	(2; 1)			
(-1 ; -5)	(0,5; -2)			
(-1 ; -5)	(0 ; -3)			
(-1 ; -5)	(5 ; 7)			

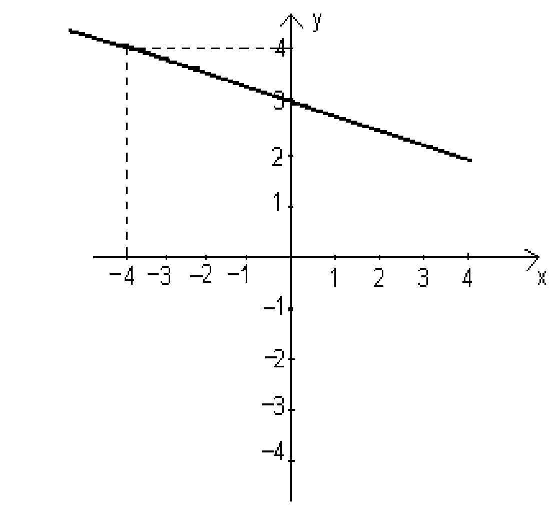
b) Representa en un sistema cartesiano la función, los puntos del gráfico e indica las variaciones.

Ejercicio 6: Teniendo en cuenta cada uno de los siguientes gráficos, halla las ecuaciones de las funciones lineales dadas.









Ejercicio 7: Construimos funciones!. Llama y al resultado y exprésalo en función de x:

a) Dado x, hallamos el doble.
b) Dado x, lo dividimos entre 3 y el resultado lo multiplicamos después por 12.
c) Le sumamos a un número su mitad.
d) Incrementamos un número x un 10%
e) Rebajamos una cantidad x en un 8%

Ejercicio 8: Tenemos un rectángulo de base 10 y altura 8. Ampliamos el rectángulo aumentando su base x unidades.

a) Calcula el perímetro en función de x
b) Representa la función perímetro
c) Calcula el área en función de x
d) Representa la función área.

Ejercicio 9: La longitud de una barra de hierro aumenta con la temperatura.
Los físicos saben que la longitud de una barra de 25 m, a una temperatura de t ºC es $L(t) = 25(1+1{,}2 \cdot 10^{-5}t)$

a) ¿Se trata de una función afín? ¿Cuál es su pendiente en forma decimal?
b) Calcula la longitud de un riel de ferrocarril de 25 m a una temperatura invernal extrema de -20 ºC y a otra veraniega de 40 ºC. Calcula la diferencia
c) ¿Por qué, al construir la vía, se deja siempre una pequeña separación entre dos rieles consecutivos?

Ejercicio 10: Halla la ecuación de la recta y represéntala:

a) recta que tiene pendiente 2 y sus intersección con el eje y es 4
b) recta que pasa por (2,3) y (4,5)
c) recta que pasa por (3,2) y (-9,-6)
d) recta que pasa por (3,4) y (6,4)
e) recta que pasa por (-1,2) y es paralela a y=3/2 x + 5
f) recta que pasa por (3,4) y es perpendicular a y=3x – 5
g) recta que pasa por (-7,-5) y es paralela a 2x+3y+6=0
h) recta que pasa por (-5,4) y es perpendicular a 2y = -x+1

Atención! Recuerda que dadas dos rectas con ecuaciones $y=m_1x+b_1$, $y=m_2x+b_2$, éstas son paralelas si $m_1=m_2$ y son perpendiculares si $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ ($m_1\neq 0$)

Ejercicio 11 Grafica las siguientes parábolas a partir del gráfico de la función $y = x^2$

$a) y = x^2 + 3$ f) $y = -(x-3)^2$

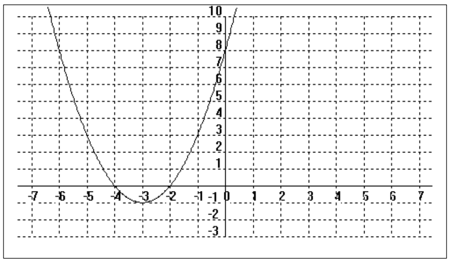
$b) y = x^2 - 2$ g) $y = (x+1)^2$

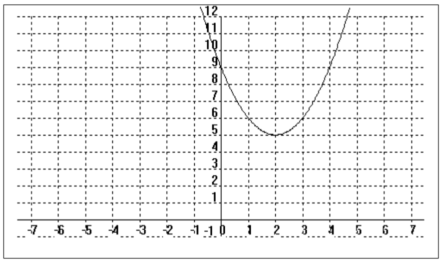
$c) y = (x-3)^2$ h) $y = (x+1)^2 - 4$

$d) y = -x^2$ i) $y = -(x-5)^2 + 2$

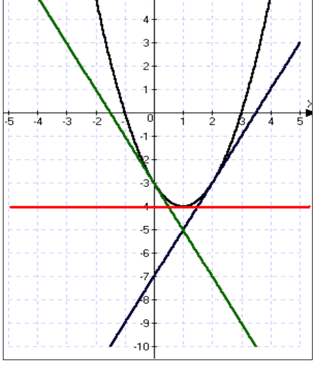
$e) y = -x^2 + 5$ j) $y = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 4$

Ejercicio 12: Las siguientes representaciones son desplazamientos de la función $y = x^2$ halla la expresión que le corresponde a cada uno de los gráficos.

a) 

b) 

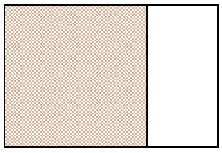
Ejercicio 13:
Teniendo en cuenta el siguiente gráfico, halla las ecuaciones de las funciones lineales y cuadrática que figuran en el mismo.



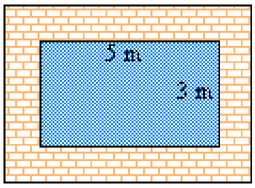
Ejercicio 14: Completa el siguiente cuadro a partir de la forma de la función cuadrática indicada

Forma Polinómica	*Forma Factorizada*	*Forma Canónica*
$y = x^2 - 5x + 6$		
	$y = 2\,(x-1)(x+2)$	
		$y = -\frac{1}{4}\,(x+1)^2 - 1$

Ejercicio 15: Si en un cuadrado aumentamos en 6 unidades dos lados paralelos obtenemos un rectángulo, expresa el área del rectángulo en función del lado x del cuadrado.



Ejercicio 16: Una mujer tiene un estanque rectangular de 5x3 metros. Quiere hacer un camino alrededor del estanque como muestra el siguiente dibujo:



El ancho del camino ha de ser constante en todo el contorno. Si llamamos **x** a este ancho constante del camino, ¿cuál será la expresión que represente el área A del camino?

¿Para qué valor de **x** es A = 100?

Te proponemos que realices los ejercicios que figuran en el anexo

Tercer Tema: ECUACIONES - INECUACIONES LINEALES Y VALOR ABSOLUTO

Ejercicio 1: Resuelve las siguientes inecuaciones lineales. Expresa la solución en forma de intervalo.

a) $3x>12$, b) $2x - 3 \leq 4 + 7x$, c) $8(x+1) + 1 < 6x + 1$, d) $3 - 2(x-1) \leq 2(4+x)$

<u>Ejercicio 2:</u> Resuelve las siguientes ecuaciones con valor absoluto.

a) $|x|=7$ b) $|-x|=2$ c) $|x-5|=8$ d) $|4+3x|=6$ e) $|4/x|=8$ f) $|7x+3|=x$

Atención! Recuerda que $|x|= c$ implica que $x=c$ ó $x=-c$

<u>Ejercicio 3:</u> Resuelve las siguientes inecuaciones. Expresa la solución en forma de intervalo.

a) $|x|<4$ b) $|-x|<3$ c) $|x+7|<2$ d) $|5x-1|<-6$ e) $|5-8x|\leq 1$

f) $|x/3|>1/2$ g) $|4x-1|\geq 0$ h) $|1-3x|>2$ i) $\left|\frac{x-8}{4}\right|\leq 2$ j) $\left|\frac{3x-8}{2}\right|\geq 4$

<u>Atención!</u> Recuerda que si $c>0$, $|x|< c$ implica que $-c<x<c$ y que $|x|> c$ implica que $x>c$ ó $x< -c$

<u>Cuarto Tema : POLINOMIOS – FACTORIZACIÓN – EXPRESIONES RACIONALES -</u>

<u>Ejercicio 1:</u>

Simplifica las siguientes expresiones algebraicas racionales, utilizando la factorización de polinomios.

a) $\dfrac{x^2-9}{x-3}$ b) $\dfrac{x^2-3x}{x^3-2x^2-3x}$ c) $\dfrac{x^2-3x-10}{x^3+2x^2-25x-50}$

d) $\dfrac{x^3-8}{x-2}$ e) $\dfrac{x^3-2x^2}{4x^4-5x}$ f) $\dfrac{-x^4+x^3+x}{x^2-2x}$

g) $\dfrac{x^4-2x^3+2x^2-2x-4}{3x^2-3x-6}$ h) $\dfrac{x-4}{x^2-16}$ i) $\dfrac{x^2-3x}{x^3-2x^2-3x}$

j) $\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+1}$ k) $\dfrac{x^3+x^2}{x^4-x^2}$

Ejercicio 2:
Resuelve las siguientes operaciones con expresiones algebraicas racionales:

a) $\left(\dfrac{x^2-4}{x+3}-\dfrac{x^2+4}{x-3}\right)$

b) $\dfrac{\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{3}}{y-3}$

c) $\left(\dfrac{4}{x-5}+\dfrac{2}{x+2}\right)$

d) $\left(\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{1-x}{x-1}\right)$

e) $\left(\dfrac{x}{1-x}+\dfrac{1+x}{x}\right)$

f) $\dfrac{\dfrac{x^2-4}{x}}{\dfrac{x-2}{x+4}}=$

g) $\dfrac{\dfrac{(x-4).(x+4)}{x-1}}{\dfrac{x^2+8x+16}{x-1}}=$

h) $\dfrac{\dfrac{x^2-6x+9}{8}}{2x-6}=$

i) $\dfrac{\dfrac{x+1}{x^2-1}}{5x-5}=$

Ejercicio 3:
Determina el valor de A, B, C en las siguientes expresiones algebraicas, para que se verifique la igualdad planteada.

a) $\dfrac{x-6}{x.(x+3)}=\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x+3}$ b) $\dfrac{x+9}{x^2.(x+3)}=\dfrac{A}{x^2}+\dfrac{B}{x}+\dfrac{C}{x+3}$

Quinto tema: FUNCION EXPONENCIAL Y LOGARITMO

Ejercicio 1: Grafica las siguientes funciones exponenciales e indica en el gráfico las intersecciones con el eje "y" y asíntota.

$a) f(x)=2^x-2$ b) $f(x)=e^x+1$ c) $f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ d) $f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-4$

e) $f(x)=-e^x$ f) $f(x)=-\left(\dfrac{1}{3}\right)^x+2$ d) $f(x)=-2^x-3$

Ejercicio 2: Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales utilizando propiedades de potencia.

a) $2^{x+1} = 2^{3-x}$ b) $4.3^{x} - 4 = 0$ c) $10^{5x} - 100^{x} = 0$ d) $3.4^{x} + 6 = 0$

e) $\sqrt{3^{x+1}} = 3^{5}.3^{-x}$ f) $2^{x} + 2 = 0$ g) $e^{x} - 1 = 0$

Ejercicio 3: Completa el siguiente cuadro

Enunciado	Expresión simbólica	Ejemplo numérico
El logaritmo de 1, en cualquier base, es 0.	$\log_b 1 = 0 \quad \forall\ b > 0$ y $b \neq 1$	$\log_7 1 = 0$
	$\log_b b = 0 \quad \forall\ b$	
El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores, si éstos existen.	$\log_b (x \,.\, y) = \log_b x + \log_b y$	
El logaritmo de un cociente es igual a la resta entre los logaritmos del dividendo y el divisor, respectivamente, si éstos existen.		
	$\log_b a^n = n \,.\, \log_b a$	

Ejercicio 4: Calcula aplicando la definición de logaritmo:

$a) \log_2 16 =$ $d) \log_3 3 =$

$b) \log_2 \frac{1}{2} =$ e)$\log_3 1 =$

$c) \log_{27} 9 =$ f)$\log_{16} 32 =$

Ejercicio 5: Escribe las siguientes expresiones como un único logaritmo.

a) $\left(\frac{\ln(1+2x)}{x}\right)$ b) $\left(\frac{x}{3}\right)[\ln(2x+1) - \ln(2x)]$

c) $\frac{1}{x}\ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$ d) $(3x)[\ln(x+1)-\ln x]$ e) $\left(\frac{\log(1+10x)}{x}\right)$

Ejercicio 6: Calcula aplicando propiedades :

a) $\log\frac{0{,}01.\sqrt[3]{0{,}1}}{\sqrt{10^3}}$ = ; b) $\log_2\left(\frac{\sqrt[5]{2}.1/2}{\sqrt{4}}\right)^{15}$ = ; c) $\log_2\left(\frac{2^4.\sqrt[3]{2}}{\sqrt{1/2}}\right)^{3/2}$ =

Ejercicio 7: Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales

a) $18^x = 8$
b) $10^{x-1} = 2^x$
c) $5^{x+1} - 5^x = 20$
d) $3^{x+1} + 3^{x-1} = 30$
e) $e^x + e^{-x} = 2$
f) $5^{\frac{x+1}{x+2}} = 5^{\frac{x}{x-1}}$
g) $25^x + 5^x = 20$

Ejercicio 8: Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas :

a) $\log_8 x = \frac{1}{3}$
b) $\log_x(3x+10) = 2$
c) $\frac{2\log_2 - 3}{3} = 1$
d) $\log_3 x^2 + \log_3 x = 6$
e) $\log_2 x - \log_8 x = 1$
f) $\log_{12} x + \log_{12}(x-2) = 1$
g) $10\log_5 x - 5\log_5 x + 5 = 0$
h) $\log_2\left(x^2+1\right) - \log_2\left(x^2+x+1\right) = 1$
i) $\log_x 3 + \log_x 6 - \log_x 2 = 2$
j) $2\log(x-2) = \log(x+4)$
k) $\log_2{}^2 x - \log_2 x - 2 = 0$
l) $\log_2{}^2 x - 5\log_2 x = 0$

Ejercicio 9: El número de bacterias presentes en un cultivo después de t minutos está dado por:

N(t) = $300\left(\frac{4}{3}\right)^t$

a) ¿Cuántas bacterias están presentes al inicio?
b) ¿Cuántas bacterias están presentes después de 3 minutos, aproximadamente?

Ejercicio 10: En 1900 la población de una ciudad era de 50000 habitantes . En 1950 había 100000 habitantes. Asumamos que el número de habitantes en función del tiempo se ajusta a al fórmula

P(t) = c. e^{kt} donde c y k son constantes. ¿Cuál fue la población en 1984? ¿En qué año la población es de 200000 habitantes?

Sexto Tema: TRIGONOMETRÍA

Ejercicio 1:

Marca con una **"x"** la opción correcta.

Recuerda que, para medir ángulos se utilizan distintos sistemas de medición: Sexagesimal (la unidad es el **grado sexagesimal** (1º), Circular o radial (la unidad es el **radián**)y Centesimal, este último no lo vemos en este curso.

*Un ángulo de 200º es equivalente a :			
a) (1/3) π ☐	b) (3/10) π ☐	c) (10/9)π ☐	d) (9/10)π ☐
*Un ángulo de 330º es equivalente a :			
a) (11/3) π ☐	b) (11/6) π ☐	c) (15/9) π ☐	d) (4/3) π ☐
*Un ángulo de 4/9 π es equivalente a :			
a) 100º ☐	b) 80º ☐	c) 60º ☐	d) 40º ☐
*Un ángulo de - π/4 es equivalente a :			
a) 270º ☐	b) 135º ☐	c) 315º ☐	d) 225º ☐

Ejercicio 2:

a) Dibuja un triángulo equilátero de 1cm de lado, traza la altura, aplica el Teorema de **Pitágoras** y obtiene los valores exactos de las seis razones trigonométricas de 60º**. (Sugerencia:** puedes aplicar este importante teorema a otras figuras geométricas y calcular las razones trigonométricas de otros ángulos Inténtalo!)

b) Completa la tabla de valores exactos de las razones trigonométricas de ángulos particulares.

α (en grados)	0º	30º	45º	60º	90º
α (en radianes)				π/3	
Sen α				$\sqrt{3}/2$	
Cos α				1/2	
Tg α				$\sqrt{3}$	
Medida del arco				π/3	
giro				1/6 giro	

c) (**uso de la calculadora…**) Para resolver cierto problema es necesario que determines el seno de 4 rad. Un compañero de estudios te dice que sen 4 es 0,0697564737. En tu calculadora obtienes -0,7568024953 ¿Qué es lo que está mal? ¿Qué error cometió tu compañero?

Ejercicio 3:

a) Confecciona un esquema para indicar los signos de las razones trigonométricas en cada cuadrante.

b) Completa el esquema anterior con los signos de la **secante de α (** Sec α **), cosecante de α (** Cosec α **), cotangente de α (** Ctg α **).**

Recuerda: Sec α = 1/ Cos α **,** Cosec α = 1/ Sen α **,** Ctg α = 1/ Tg α se llaman **identidades recíprocas (NO inversas…!) .** Son igualdades que **r**elacionan las razones trigonométricas entre sí y están definidas siempre que el denominador sea distinto de cero.

Ejercicio 4:

1) Considera un triángulo rectángulo en un sistema de ejes coordenados y aplica el Teorema de Pitágoras para justificar una de las **identidades pitagóricas** más conocidas:$\text{Sen}^2\alpha + \text{Cos}^2\alpha = \mathbf{1}$.Luego justifica por qué es válida para todo valor de α

2) Utiliza identidades conocidas para verificar las identidades trigonométricas siguientes:

a) $(\text{Sen}\,\mathbf{x} + \text{Cos}\,\mathbf{x})^2 + (\text{Cos}\,\mathbf{x} - \text{Sen}\,\mathbf{x})^2 = \mathbf{2}$

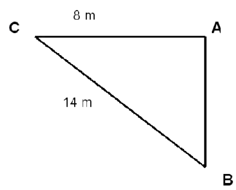
b) $\text{Sen}^4\mathbf{x} - \text{Sen}^2\mathbf{x} = \text{Cos}^4\mathbf{x} - \text{Cos}^2\mathbf{x}$

c) $\frac{Co\sec x}{Secx} = \frac{1+Cotgx}{1+Tgx}$

d) $\frac{1-Senx}{Cosx} = \frac{Cosx}{1+Senx}$

Ejercicio 5:

Teniendo en cuenta los datos que figuran en el triángulo rectángulo, encuentre la amplitud de los ángulos interiores y la medida del lado $\overline{AB}$



Ejercicio 6:

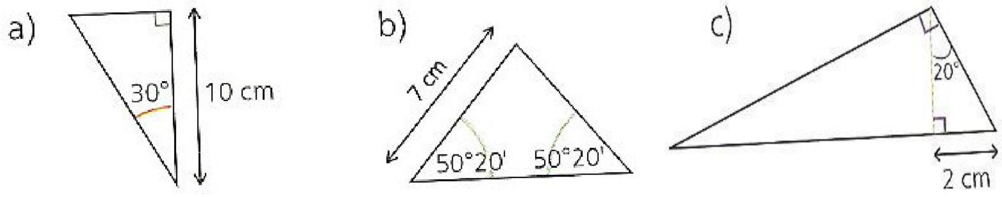
De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus ángulos agudos es 40º y que el cateto opuesto a éste mide 10m. Calcular el ángulo y los lados que faltan.

Ejercicio 7:

Calcular la altura de la torre el observador está a 7 m de la base de la torre, el ángulo con el que está observando la cúspide es de 60ºy sostiene el artilugio a una altura de 1,5 metros.

<u>Ejercicio 8:</u>

Halla el perímetro de cada uno de los siguientes triángulos.

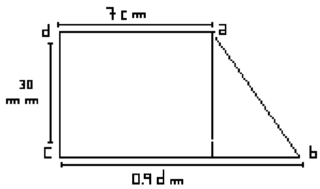


ANEXOS

<u>Primer Tema: EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y ECUACIONES LINEALES.</u>

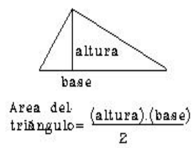
<u>Ejercicio 1</u>: Resuelve los siguientes problemas

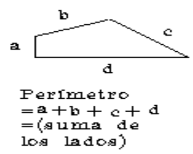
1.1) Dada la figura:

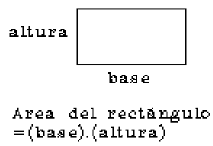


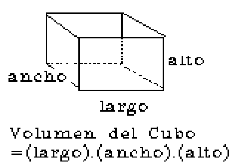
- Calcula la longitud de $\overrightarrow{ab}$.(***utiliza Pitágoras y ten la precaución de trabajar con las mismas unidades***).
- Calcula el área y el perímetro de la figura sombreada.

1.2) a) ¿Cuál es el alto de una caja de cartón de 140 dm^3 de volumen, si las dimensiones de su base son 70 cm y 8 dm ?.









1.3) ¿Cuántos envases de 750 cm^3 se podrán llenar con 1000 litros de detergente?.¿Qué cantidad de detergente quedará sin ser envasado? (1 litro = 1000cm^3)

1.4) ¿Cuál es la longitud y el área del círculo?

EL NÚMERO π (Pi)
3,141592654……

*No existe ninguna fracción que de exactamente su valor. π no es un número racional.-

**Una experiencia para obtener este número: Puedes tomar cualquier objeto circular, medir con un hilo el contorno de la circunferencia (l) y su diámetro (d). Luego, realizar la cuenta (l/d) que siempre es aproximadamente 3.14. (Pruébalo con varios objetos)*

Ejercicio 2: Expresa con notación científica la cifra que se menciona en cada una de las siguientes frases:

- Una ciudad tiene ocho millones y medio de personas...................
- Se contaron en un cultivo trescientas mil bacterias.......................
- El error absoluto cometido en una aproximación realizada es de 0,00004.........................
- La estrella más cercana a nosotros (hasta el momento conocida) es Epsilon Eridami, ubicada a 100.000.000.000.000 Km....................
- Doscientas treinta mil personas visitaron una exposición de antigüedades en San Telmo.....................
- La velocidad de la luz es aproximadamente de 300.000 Km./seg. ....
- Un billón....................
- Una billonésima...............
- El GOOGOL........................

NOTACIÓN CIENTÍFICA :

Sabías que todas las sustancias que existen en el universo están constituidas por millones de partículas llamadas moléculas? Y que además, i cada una de ellas ! está constituida por partículas muchísimo más pequeñas llamadas átomo?

Lo que mide un átomo es aproximadamente 1 dividido 100.000.000.000, es decir, una cien milésima parte de un millonésimo de milímetro,

es decir:

0.00000000001 milímetros

que en notación científica podemos expresar como:

$1x\ 10^{-11}$ milímetros.

Busca en fuentes de información otras noticias científicas donde aparezcan cifras muy grandes o pequeñísimas y escríbelas en notación científica-

(Sugerencia: Busca por ejemplo, masa de electrón, el número de avogadro,...)

MÁS PROBLEMAS!

Ejercicio 3:

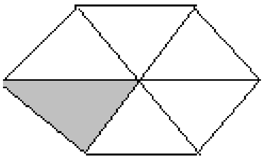
3.1) En un vaso de laboratorio se coloca una bacteria que, a una determinada temperatura, se duplica por cada minuto. Cuántas bacterias habrá a los 10 minutos?-

Cuánto tiempo habrá que esperar para obtener 32768 bacterias?(Puedes usar calculadora)-

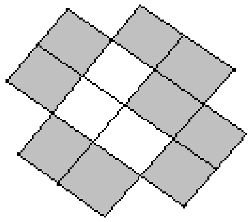
Si la bacteria se coloca en el vaso a las 7 hs. y a las 8 hs. el vaso está lleno, ¿ a qué hora estaba el recipiente a la mitad de su capacidad?

3.2) En una cartuchera sólo quedan 6 lápices de 49 que había. ¿Cuál es la fracción que representan los lápices que tenía?¿ Y la fracción actual?

3.3) ¿Qué fracción representa la parte coloreada? ¿Y la parte sin color?



Con color: ....
Sin color: ....



Con color: ....
Sin color: ....

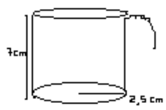
3.4) ¿ Cuántos milímetros podría crecer aproximadamente el cabello humano en un día si crece (según estimaciones) 1 centímetro por mes?.

3.5) ¿Cuáles fueron las notas de Martín si la razón entre ambas es 1,5 y el doble de su suma es 10?

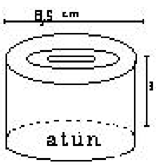
3.6) ¿Cuánto mide la arista de un cubo de 1.728 cm^3 de volumen?

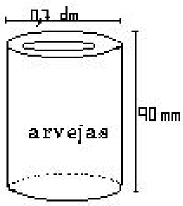
3.7) ¿Cuántos m^2 de tela vinílica (aproximadamente), se necesitan para tapizar un puf (de forma cúbica) de 65 cm de alto?

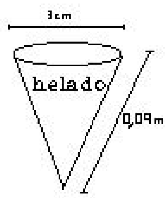
3.8) ¿Alcanzará una jarra de 1 litro de café para llenar 6 tazas, hasta sus 4/5 partes, como la de la figura que se muestra?



3.9) Calcula la superficie lateral, la superficie total y el volumen de las siguientes figuras.







3.10) La abuela de Juliana está tejiendo un almohadón para su cuarto. El perímetro del cuadrado mayor es de 81,9 cm. Cada uno de los cuadrados que siguen es 1/3 del perímetro anterior. ¿Cuánto mide uno de los lados del cuadrado más pequeño?

3.11) ¿Cuál es el perímetro de un cuadrado de cartulina de $121 cm^2$ de área?

3.12) Debe construirse la mesada del laboratorio de Biología de tal forma que su ancho sea el 40 % de su largo y su contorno 12,60 m para que puedan trabajar cómodamente determinada cantidad de alumnos. ¿Cuáles serán las dimensiones de la mesada a construir?

Segundo Tema: FUNCIONES LINEALES Y CUADRATICAS.

Ejercicio 1: Para pintar 7 m^2 de superficie son necesarios 2,5 litros de pintura. Cada litro de pintura cuesta $6. Estudia cada una de las siguientes funciones de proporcionalidad. En cada caso, halla la ecuación, traza la gráfica e indica el significado de la constante de proporcionalidad (pendiente)

a) litro de pintura → superficie pintada
b) superficie pintada → litros de pintura
c) litro de pintura → costo

Ejercicio 2: Con un solo punto:

a) Traza las gráficas de: $y=0,2x$ $y=4/3x$ $y=-0,6x$ $y=-5/3x$

b) Halla las ecuaciones de las funciones lineales cuyas gráficas pasan por los puntos (6,2) y (5,-5/3) respectivamente. (Recuerde que son funciones de proporcionalidad)

Ejercicio 3: Traza la gráfica de las siguientes funciones lineales sabiendo que:
a) La pendiente es 3,2   b) $y/x = 4$ c) $x/y = 4$

Ejercicio 4: Traza sobre los mismos ejes de coordenadas las tres rectas que se indican:
a) $y = -1/2\ x + 3$ $y = x + 3$ $y = 3$
b) $y = 2/3\ x – 4$ $y = -1 + 2/3\ x$ $y = 4 + 2/3\ x$

Ejercicio 5: Con una cuerda de 24 cm podemos formar infinidad de rectángulos de perímetro 24. Para cada valor x de la base se obtiene un valor y de altura

a) Confecciona una tabla con todos los valores enteros admisibles para la base y la altura y luego represéntala gráficamente.

Base : x	1		
Altura : y	11		

b) ¿Son proporcionales base y altura?
c) ¿Se trata de una función afín?
d) Justifica la expresión $2x+2y=24$.Despeja y
e) Representa la función anterior.

f) Calcula la base de un rectángulo de altura 8,2 cm.
g) ¿Cuál es el dominio de la función? Recuerda que x e y son medidas!!.

Ejercicio 6: Calcula las ecuaciones de las tres funciones siguientes y represéntalas en los mismos ejes:
a) Calcular el 15% de un precio: $x \to 15\%$ de x
b) Aumentar el precio en un 15% : $x \to x + 15\%$ de x
c) Disminuir el precio en un 15 % : $x \to x - 15\%$ de x

Ejercicio 7: Hay gente que piensa que un aumento del 10% seguido de una rebaja del 10% dejaría el precio invariable:
a) Compruébalo para un precio inicial de $30
b) Calcúlalo para un precio x y determina la ecuación de la función

Precio inicial → precio final

Ejercicio 8: La escala centígrada de temperaturas (escala Celsius) está graduada de 0 a 100. La escala Fahrenheit (usada en los países anglosajones) está graduada de 32 a 212. En ambas escalas, el extremo inferior corresponde al punto de congelación del agua, y el superior al punto de ebullición.

a) Dos puntos definen la recta. Los puntos (32,0) y (212,100) permiten conocer la fórmula que pasa ºF a ºC. Calcúlala (Deberás llegar a $y=5/9x - 160/9$)

b) Pasa de ºF a ºC: -45ºF → .....ºC 0ºF →...... ºC 18ºF → ..... ºC 451ºF → ..... ºC

c) ¿Se inquietaría un médico inglés al observar en un paciente una temperatura de 100ºF?

c) Imagen Inversa. Expresa en ºF: -15ºC , 0ºC, 90ºC

d) ¿Qué temperatura se expresa con el mismo número en ºC y en ºF?

Ejercicio 9: Transforma las expresiones y observa si se pueden escribir en la forma $y = mx + b$

a) $y= (2x+3) - \frac{1}{2} (2x-3)$
b) $y= 1/3 (x+2)^2 - 1/3 (x+1)^2 +1$
c) $y= (2x+1)^2 - x^2 - 4x$

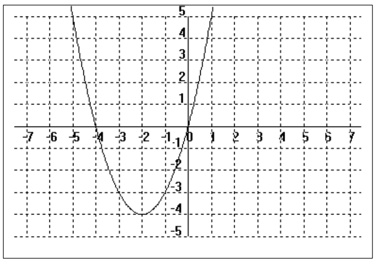
Ejercicio 10: El servicio técnico de una marca de televisores cobra $15 por cada hora que trabaja pero añade un suplemento de $12 si acude al domicilio del cliente. Hay por ende dos funciones horas → costo, dependiendo de que el técnico vaya, o no, al domicilio. Calcula sus ecuaciones y represéntalas conjuntamente.

Ejercicio 11: El contrato de alquiler de un vehículo consiste en pagar $100 fijos más $0,50 por cada kilómetro recorrido a partir de los 100 primeros kilómetros (si se recorren 100 Km., o menos, sólo se cobran $100)

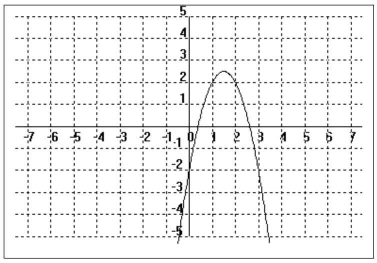
a) Traza la gráfica y halla la ecuación de la función kilómetros → importe (¡cuidado, en dos trozos!)
b) ¿Cuál es la máxima distancia que puede recorrerse con $172,50?

Ejercicio 12: Para cada una de las funciones graficadas
a) Exprésalas en forma polinómica.
b) Halla sus raíces.

I)

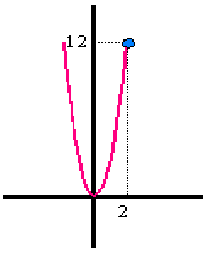


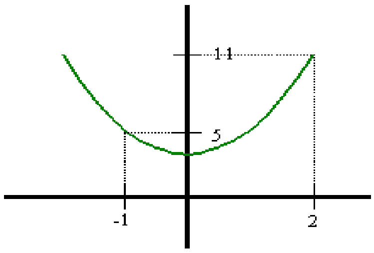
II)

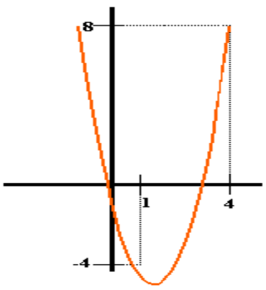


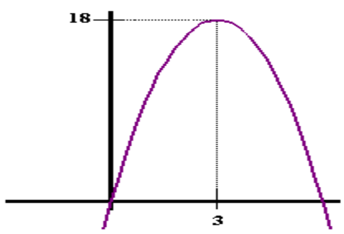
Ejercicio 13: Determina la ecuación de la parábola cuyos cortes con el eje X sean los puntos (-2,0) y (3,0) y con el eje Y sea (0,4).

Ejercicio 14: Halla en cada caso la ecuación correspondiente a cada una de estas parábolas:









Ejercicio 15: Lanzamos un proyectil. La altura alcanzada **y** (en Km.) y los kilómetros recorridos **x** están relacionados por la ecuación $\mathbf{y = -4x^2 + 8x}$. Calcula la máxima altura alcanzada por el proyectil.
Recuerda el gráfico de la función cuadrática.

<u>Ejercicio 16</u>: Dada $y = x^2 + m\,x + 1$, determina m en cada uno de los casos:

a) $f(-2) = 8$
b) Que la gráfica contenga al punto P(3,3).
c) Pase por el origen de coordenadas.
d) Que la función tome un valor mínimo en $x = -1$.

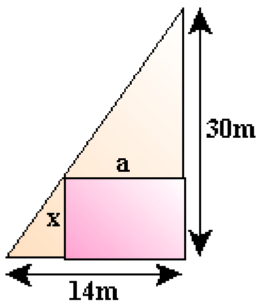
<u>Ejercicio 17</u>: La función $y = x^2 - bx + 3$ admite un extremo para $x = 4$. Calcula el valor de este extremo. ¿Es máximo o mínimo?

<u>Ejercicio 18</u>: Una ventana tiene forma de rectángulo con un triángulo equilátero es su parte superior. Si el perímetro de la ventana es de 4 m, determina el ancho de la ventana para que el área sea máxima.

Recuerda que un triángulo equilátero es aquel que tiene todos sus lados iguales y por lo tanto todos sus ángulos iguales a 60º.

<u>Ejercicio 19</u>: Se desea construir una casa de forma rectangular en un ángulo recto de un terreno triangular.

Recuerda que un ángulo recto es un ángulo de 90º.



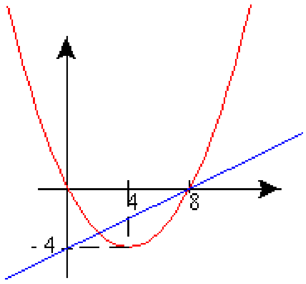
a. Obtiene **a** en función de **x**.
b. Obtiene el área de la casa en función de **x**.
c. ¿Para qué valor de **x**, el área de la casa es máxima?

<u>Ejercicio 20</u>: El número de personas atacadas cada día por una determinada enfermedad viene dada por la función: $f(x) = -x^2 + 40x + 84$, donde **x** representa el número de días transcurridos desde que se descubrió la enfermedad.

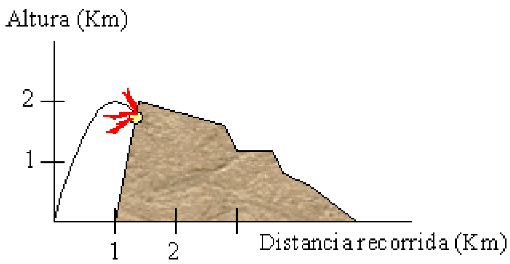
Calcula:

a. ¿Cuántas personas enferman el quinto día?
b. ¿Cuándo deja de crecer la enfermedad?
c. ¿Cuándo desaparecerá la enfermedad?

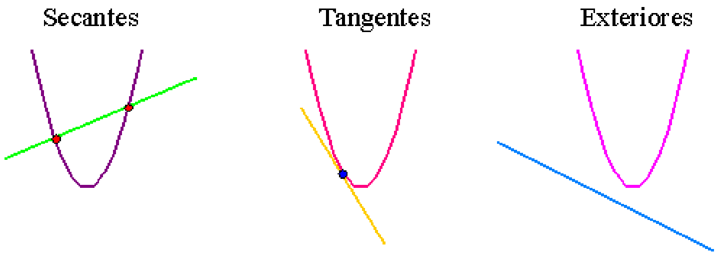
<u>Ejercicio 21</u>: Determina las ecuaciones de estas dos funciones, así como los puntos en los que se cortan, en forma gráfica y analítica:



<u>Ejercicio 22</u>: Lanzamos un proyectil. La altura alcanzada **y** (en Km.) y los kilómetros recorridos **x** están relacionados por la ecuación $\mathbf{y = -2x^2 + 4x}$. A 1 Km. del lugar de lanzamiento se encuentra una montaña cuya ladera oeste sigue la recta de ecuación $\mathbf{y = 6x - 6}$. Halla el punto de la montaña donde se producirá el impacto.

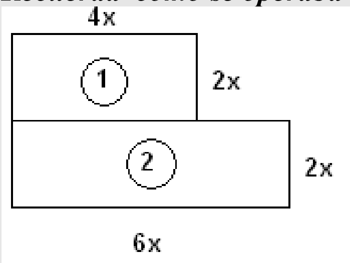


Recuerda que las posiciones relativas de una recta y una parábola son:



según que el sistema que forman sus ecuaciones tenga dos soluciones, una o ninguna.

Recuerda cómo se operaba con letras y números…



Esta figura está formada por los rectángulos 1) y 2). La altura de c/u de ellos es igual a 2x.

En el rectángulo 1) la base es el doble de la altura. Podemos escribirla así 2 . 2x = 4x.

En el otro, la base es el triple de la altura es decir 3 . 2x = 6x

Podemos expresar así las áreas de los rectángulos 1) y 2)

A_1 = 4x . 2x

A_2 = 6x . 2x

En ambos casos debemos multiplicar dos expresiones algebraicas. Observa cómo lo hacemos:

$4x \cdot 2x = 8\,x^2$ $\qquad\qquad$ $6x \cdot 2x = 12\,x^2$

Recuerda que cuando multiplicamos potencias de igual base, sumamos los exponentes por ej:

$x \cdot x = x^2$ $\qquad$ $x \cdot x^2 = x^3$ $\qquad$ $2\,x^2 \cdot 3\,x^3 = 6\,x^5$

El área total (A_T) de la figura del ejemplo anterior es la suma de las áreas A_1 y A_2 .

Las expresamos así:

$$A_T = 8x^2 + 12\,x^2 = (8 + 12)\,x^2 = 20\,x^2$$

Ejercicio 1: Dados P(x) = $2x^2 - 3$, Q(x) = $6x + 3$ y R(x) = $-3x^3 + 4x^2 + 8$ resuelve los siguientes cálculos combinados:

a) P(x) Q(x) - $\frac{1}{2}$ R(x) b) R(x) [Q^2(x) + P(x)]	***Ojo! Aquí recuerda que*** $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

Ejercicio 2: Halla el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

$a)\ \left(2x^3 - 4x^2 - 5x - 3\right) \div (x+1)$

$b)\ \left(5x^3 - 4x - 3\right) \div \left(-x + x^2\right)$

$c)\ \left(2 - 6x^2 + x^3\right) \div \left(\frac{1}{3}x + 1\right)$

$d)\ \left(x^4 + 2x^5 + x^2 - 3x^3\right) \div \left(1 - x + x^3\right)$

Por ejemplo:

Dados $P(x) = 2x^4 + 2x - 3$ y $Q(x) = -2x + x^2$
Hallemos la división $P(x) : Q(x)$

$$\begin{array}{l|l} 2x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 2x - 3 & x^2 - 2x \\ \cline{2-2} \underline{-2x^4 + 4x^3} & 2x^2 + 4x + 8 \\ \quad 4x^3 + 0x^2 & \\ \quad \underline{-4x^3 + 8x^2} & \\ \qquad 8x^2 + 2x & \\ \qquad \underline{-8x^2 + 16x} & \\ \qquad\quad 18x - 3 & \end{array}$$

Cociente : $2x^2 + 4x + 8$

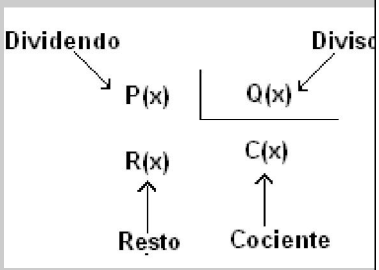
Resto : 18 x-3

Entonces:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = (2x^2 + 4x + 8) + \frac{18x - 3}{x^2 - 2x}$$

Ten presente que para dividir 2 polinomios

1) El grado del polinomio dividendo debe ser mayor o igual que el grado del polinomio divisor
2) El polinomio dividendo debe estar completo y ordenado en forma decreciente



La igualdad **$P(x) = C(x) . Q(x) + R(x)$** comprueba que la división fue efectuada en forma correcta.
De ésta se deduce que:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{C(x)\,Q(x)}{Q(x)} + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

Es decir:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

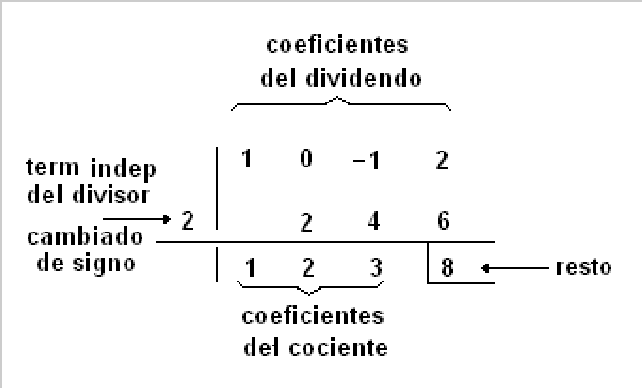
Ejercicio 3: Aplica la regla de Ruffini en cada una de las siguientes divisiones.

$a)\ (2x^3 + 3x - 1) \div (x - 2)$
$b)\ (-24x - x^4 + 5) \div (x + 3)$
$c)\ (3x^3 - 2x^2 - 2) \div (x + 1)$

***Recuerda** : la Regla de Ruffini se utiliza para dividir un polinomio P(x) por otro cuya forma sea (x+a) donde a $\in R$*

Por ejemplo:

Dados P(x) = $x^3 - x + 2$ y Q(x) = x – 2, hallar P(x) ÷ Q(x) aplicando la regla de Ruffini.



Cociente : $x^2 + 2x + 3$

Luego podemos escribir, P(x) = C(x). Q(x)

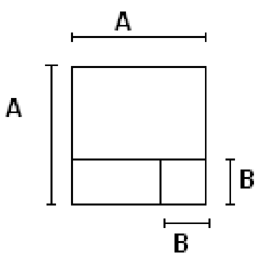
$(x^3 - x + 2) = (x^2 + 2x + 3).(x - 2)$

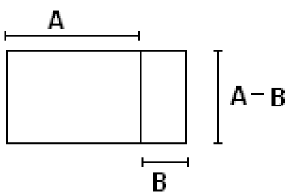
Ejercicio 4: Comprueba el resultado de la división del ejemplo dado.

Ejercicio 5: De ser posible aplica la Regla de Ruffini a las divisiones del ejercicio 2.

Ejercicio 6:

Para comprender la propiedad de *Diferencia de Cuadrados*.





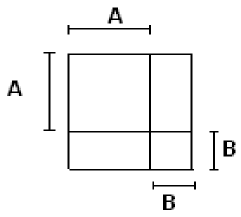
Calcula la diferencia entre el área del cuadrado mayor y la del cuadrado menor de dos maneras distintas (una por cada figura!).

Diferencia de Cuadrados

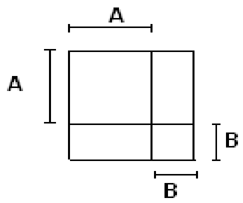
$(A+B).(A-B)=A^2 - B^2$

Ejercicio 6:

a) En la siguiente figura sombrea el área correspondiente a $2AB$



b) En la siguiente figura sombrea el área correspondiente a : A^2 y B^2



Recordando que $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

Esta situación te ayuda a visualizar que: $(A+B)^2 \neq A^2 + B^2$

Ejercicio 7: Expresa los siguientes polinomio como productos: Q(x) = $2x^4 - x^3 - 6x^2$ P(x) = $-x^3 + 2x^2$.

Ejercicio 8: Halla las raíces de Q(x) y P(x) del ejercicio 7.

Recuerda que un valor x es raíz de P(x) si el polinomio se anula para ese valor, además si P(x) está expresado como producto e otros polinomios, las raíces de éstos son las raíces de P(x)

Si al escribir un polinomio como producto hay más de un factor que tiene la misma raíz, a ésta se la llama raíz múltiple (si son dos los factores que poseen la misma raíz, es orden de multiplicidad es dos, si son tres es orden de multiplicidad es 3 y así sucesivamente)

Ejercicio 9: a) Expresa Q(x)=$x^6 - x^2$ como producto de polinomios del menor grado posible.

b) Halla las raíces de Q(x) del inciso a).

Ejercicio 10: Halla las raíces de los siguientes polinomios:
R(x)=$3x^7 - 12x^5$, S(x)= $-x^3 + 16x$, T(x)= $2x^5 - 32x$.

Ejercicio 11: Aplica factor común en grupos a los siguientes polinomios
A(x) = $x^3 - x^2 + x - 1$, B(x)= $2x^3 - 6x^2 + x - 3$, C(x)= $3x^5 + x^4 - 3x - 1$,
D(x)= $4x^3 + 8x^2 + 8x + 16$.

Ejercicio 12: Determina si los siguientes polinomios son trinomios cuadrados perfectos. En caso de que sí lo sean, escríbelos como cuadrado de binomio

L(x)= $4x^2+4x+1$, M(x) $=x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$, N(x)= x^2+x+1 ,

Ñ(x)= $25x^6+20x^3+4$, P(x)= $4x^5+8x^3+4$

Ejercicio 13: Indica cuáles de los siguientes polinomios son primos y cuáles son compuestos en R[x] (el conjunto de los polinomios de coeficientes reales). A(x) = $-x+2$, B(x)= $3x^2+x-2$, C(x) = x^2 , D(x) = $-x^2-1$, E(x)= $2x^2-4x-6$	*Recuerda que un polinomio de grado no nulo es primo cuando no puede ser expresado como producto de polinomios de grado positivo menor.* *Cuando un polinomio no es primo es compuesto.*

Ejercicio 14: Factoriza los siguientes polinomios

A(x) = $2x^5+18x^4-2x-18$, B(x) = $(4x^2-4)(x^2-9)$,

C(x) = $(2x^2+6x-8)(3x^2+2x-1)$, D(x) = $(2x^2-2)^3$

Ejercicio 15: Halla las raíces de los polinomios del ejercicio 14.

Ejercicio 16: P(x) es un polinomio mónico de grado tres, con raíces x= 2, x= -4 ,x= 5. Expresa P(x) como producto de polinomios primos y en forma desarrollada.

Ejercicio 17: P(x) es un polinomio de grado seis, con coeficiente principal 6 y seis raíces que son los primeros múltiplos positivos de 6. Expresa P(x) factorizado.

Ejercicio 18: Efectúa las siguientes operaciones combinadas

$$a)\ \frac{(1-x)x^2+3}{(1-x)(1+x)}=$$

$$b)\ \frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}=$$

$$c)\ \frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{5}{x^3}=$$

$$d)\ 1+\frac{1}{x}=$$

Quinto tema: FUNCION EXPONENCIAL Y LOGARITMO.

Ejercicio 1: La población de una ciudad de 10.000 habitantes crece a razón de 2% anual.

a)Halla la función que describe la población en función del tiempo transcurrido en años.

b)Halla la población al cabo de 3 años.

Ejercicio 2: Se tienen 100 mg de una sustancia radiactiva. Ésta decae exponencialmente de modo que después de *t* años, la cantidad N que queda (en mg) está dada por: $N(t) = 100e^{-0,035t}$

a) ¿Cuántos mg de la sustancia quedan después de 10 años?
b) ¿Cuántos mg de la sustancia quedan después de 20 años?
c) Trace una gráfica aproximada de la función dada

Ejercicio 3: La vida media, que mide la estabilidad de una sustancia radiactiva, es el tiempo que transcurre para que se desintegre o transmute la mitad de los átomos en una muestra inicial, A_0, y se conviertan en átomos de otro elemento. Mientras mayor es la vida media, más estable es una sustancia.

Ejemplos:

- la vida media del radio Ra-226 es de 1700 años. Se transmuta en radón Rn-222
- la vida media del uranio U-238 es de 4500 millones de años. Se transmuta en plomo Pb-206.
- la vida media del carbono C-14 es de 5600 años. El C-14 se utiliza para determinar la edad de fósiles y objetos de hasta 50.000/100.000 años. Este descubrimiento de esta técnica le valió al químico Willard Libby el Premio Nobel de Química en 1.960.
- para determinar la edad de materiales terrestres, como minerales, rocas y lava, o materiales extraterrestres, como meteoritos y rocas lunares, se utiliza la técnica del potasio-argón que permite establecer edades de millones de años

a) Determine la edad de un fósil que contiene la milésima parte de la cantidad original de C-14
b) Un reactor nuclear convierte uranio U-238 en plutonio 239. Al cabo de 15 años, se tiene que se ha desintegrado 0,043% de la cantidad inicial A_0 de una muestra de plutonio. Calcule la vida media de dicho isótopo.

Ejercicio 4: Las ciudades A y B tienen en la actualidad poblaciones de 70.000 y 60.000 habitantes, respectivamente. La ciudad A crece a razón de 4% anual y la ciudad B crece a razón de 5% anual.

a) ¿Cuándo se igualarán ambas poblaciones?
b) Determine la diferencia entre las poblaciones al final de 5 años
c) Determine la diferencia entre las poblaciones al final de 10 años
d) Determine la diferencia entre las poblaciones al final de 15 años

e) Determine la diferencia entre las poblaciones al final de 20 años
f) Grafique ambas funciones de población y observe su intersección.

Ejercicio 5: Suponga que la cantidad de plástico que se reciclará aumenta 30% cada año. Determine la función que indica el factor de aumento en el reciclado.

Ejercicio 6: Tenemos un tanque de 100 litros con una solución al 25% de ácido y el resto de agua. Para limpiar el tanque, introducimos agua limpia por medio de una canilla a razón de 3 litros por segundo. Simultáneamente, se desagota el tanque a razón de 3 litros por segundo. El porcentaje de ácido remanente viene expresado por la fórmula $P(t)=25e^{-0,03t}$

a)Determine qué porcentaje de ácido queda luego de 5 minutos de iniciada la limpieza.

b)¿Cuándo quedará 5% de ácido?

Ejercicio 7: Un químico puede determinar la acidez o basicidad de una solución acuosa a temperatura ambiente, encontrando el pH de la solución. Para hacer esto, primero puede determinar la concentración de iones de hidrógeno (en moles por litro). El símbolo $[H^+]$ se establece para esta concentración. El pH está dado entonces por

$$pH = -\log [H^+]$$

Si $pH < 7$, la solución es ácida.
Si $pH > 7$, la solución es básica (o alcalina)
Si $pH = 7$, la solución es neutra

a) Una solución limpiadora tiene un pH de 8. ¿Cuál es el $[H^+]$ de esta solución?
b) ¿Cuál es el pH del vinagre con $[H^+]$ igual a $3x10^{-4}$?
c) El contenido de iones de hidrógeno de la sangre es 4×10^{-8} moles/litro. ¿Es la sangre alcalina, neutra o ácida?

Ejercicio 8: Para una solución acuosa a temperatura ambiente, el producto de la concentración de iones de hidrógeno, $[H^+]$, y de iones de hidróxido $[OH^-]$, es 10^{-14}
(donde la concentración está en moles por litro):

$$[H^+]\,[OH^-] = 10^{-14}$$

Encuentre el pH de una solución cuya concentración de $[OH^-]$ es:

a) $[OH^-] = 10^{-4}$ b) $[OH^-]= 3 \times 10^{-2}$

Ejercicio 9: La Ley del Newton describe el enfriamiento de los cuerpos. Esta ley establece que el enfriamiento de un cuerpo es proporcional, en cada instante, a la diferencia con la temperatura ambiente. Precisando, la ley dice que si T_0 es la temperatura inicial con la que introducimos un cuerpo en un ambiente a una temperatura de T_a grados, al cabo de un tiempo t la temperatura del cuerpo es: $T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$, donde k es una constante, llamada constante de enfriamiento, particular de cada cuerpo. William Dunhan, en su libro *El universo de las matemáticas*, nos cuenta cómo Clara, la novia de *Edu el comadreja*, se libró de la acusación por el asesinato de éste: Clara pasó la tarde en el bar de Luisa, bebiendo mucho y amenazando con matar a Edu; a las once y cuarto salió del local maldiciendo, completamente fuera de sí.

A las 12 de la noche la policía entraba en el apartamento de Edu, tras recibir una llamada anónima, encontrando su cadáver. Un oficial tomó nota de que la temperatura ambiente era de 20 ºC y la del cadáver de 29,4 ºC. Al finalizar el trabajo, dos horas más tarde, se volvió a tomar la temperatura de *el comadreja*, que había descendido hasta los 23,3 ºC.

- Averigua, con los datos anteriores, la constante de enfriamiento del finado Edu, y halla la hora de su fallecimiento, para comprobar que la despechada Clara tenía una coartada perfecta.

Ejercicio 10: En 1935, el geólogo norteamericano Charles Richter (1900 – 1984) definió la magnitud de un terremoto como

$$M = \log \frac{I}{S}$$

Donde **I** es la intensidad del terremoto (medida según la amplitud de una lectura de sismógrafo tomada a 100 Km del epicentro del terremoto) y **S** es la intensidad de un terremoto "estándar" (cuya amplitud es de 1 micrón = 10^{-4} cm). La magnitud de un terremoto estándar es $M = \log \frac{S}{S} = \log 1 = 0$.

Richter estudió muchos terremotos ocurridos entre 1900 y 1950. El más fuerte fue de una magnitud de 8.9 en la escala de Richter y el más pequeño de una magnitud de 0. Esto corresponde a una relación de intensidades de 800.000.000, por lo que la escala de Richter proporciona números más manejables para trabajar. Por ejemplo, un sismo de magnitud 6 es 10 veces más fuerte que uno de magnitud 5.

a) El terremoto de 1906 de San Francisco tuvo una magnitud estimada de 8.3 en la escala de Richter. El mismo año el terremoto más fuerte registrado jamás ocurrió en la frontera entre Colombia y Ecuador y fue 4 veces más intenso. ¿Cuál fue la magnitud del sismo entre Colombia y Ecuador en la escala de Richter?

b) El terremoto de Loma Pietra de 1989 que sacudió a San Francisco tuvo una magnitud de 7.1 en la escala de Richter. ¿Cuántas veces fue más intenso el sismo de 1906 que el de 1989? (Utilice datos del inciso a) si es necesario)

Sexto tema: TRIGONOMETRÍA

Ejercicio 1:

1) Halla, en cada caso tres ángulos que verifiquen cada una de las ecuaciones. Expresa sus medidas en radianes.

a) Sen x =1   b) Cos x = -1   c) Tg x = 0

2) Resuelve las ecuaciones, siendo 0º ≤ x ≤ 360º.

a) Sen **x** = Cos **x** **, x∈ I cuadrante**

b) 2 ($\cos^2$ **x** – Sen^2 **x**) = 1 **, x∈ I cuadrante**

c) Sen **x** +Tg **x** . Cos **x** = 1 **, x∈ II cuadrante**
d) Sec **x** = 4
e) Ctg **x** = -2

Ejercicio 2: En el medio de una plaza hay un árbol que está sostenido por un cable desde la parte más alta de éste hasta el piso (ya que es un árbol viejo que, a causa de una tormenta quedó frágil y en peligro de caerse). El cable mide 15m y el ángulo que se forma entre el piso y el cable es de 25º.Realiza un dibujo detallado de la situación y calcula la medida del ángulo que forman el cable y el árbol, la altura del árbol y, a su vez, la distancia que hay entre el cable y el árbol.

Ejercicio 3: En un aeropuerto necesitan hacer un estudio calculando el ángulo de elevación del avión mientras despega. Los datos que tienen son: la distancia que recorre el avión desde la pista hasta el momento en que deja de elevarse, que es de 20.000 metros y la altura a la que se encuentra en ese momento, 10.000 metros. Nos contrataron para calcular, con estos datos, el ángulo de elevación y hallar la medida de la base del triángulo que se forma al hacer el esquema de la situación.

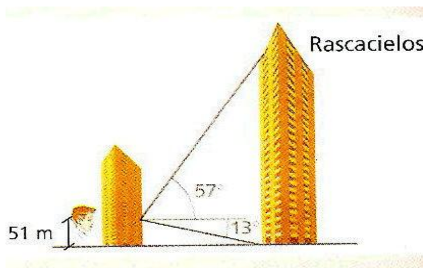
Ejercicio 4: Se coloca la base de un cuadro de 1,58m de alto sobre un banco que mide 80 cm, y la parte superior del cuadro se apoya contra una pared. El cuadro queda inclinado 70º respecto de la base del banco.

a) ¿A qué altura queda la parte superior del cuadro respecto del sueldo?
b) ¿A qué distancia de la pared se encuentra la parte inferior?

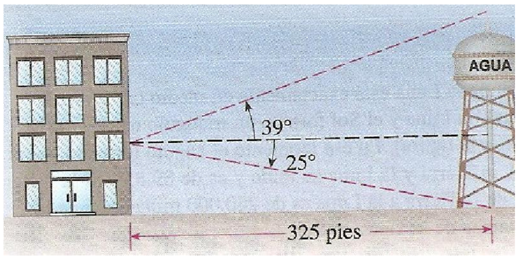
Ejercicio 5: Un hombre trata de cruzar nadando un río, en línea recta y en forma perpendicular, desde una orilla hasta la otra. La corriente lo desvía alejándolo 50 metros del punto adonde quería llegar. Si el ancho del río es de 100m, ¿con qué ángulo se desvía?

Ejercicio 6: Ana está caminando por la calle y escucha gritos. Se da cuenta que el sonido viene desde arriba. Analizando la situación, percibe que dos vecinos están discutiendo de balcón a balcón en el mismo edificio. Uno de ellos está en el quinto piso y el otro en el séptimo. Si Ana está a 10 metros de la entrada del edificio y la distancia desde donde mira al quinto piso es de 18 metros y al séptimo es de 6 metros más. ¿Cuál es la medida de los ángulos que se forman entre el lugar en el que está parada Ana y la línea imaginaria que determina su mirada hacia los otros dos pisos? ¿A qué altura están los distintos balcones?

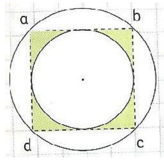
Ejercicio 7: Con los datos del dibujo calcula la altura del rascacielos.



Ejercicio 8: Un depósito de agua está a 325 pies de un edificio. Desde una ventana del edificio se observa que el ángulo de elevación hasta la parte superior del depósito es de 39º y el ángulo de depresión a la parte inferior es de 25º. ¿Cuál es la altura del depósito? ¿A qué altura está la ventana?

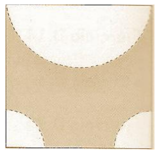


Ejercicio 9: Calcula el perímetro y la superficie de la zona sombreada
$a\bar{c} = 8cm$



Ejercicio 10:

1) Si el radio del círculo menor es **r** y la medida del lado del cuadrado es **4r**, el perímetro de la figura sombreada es:



a) $4\pi.r + 10r$ *b) $3\pi.r + 8r$*

c) $4\pi.r + 8r$ d) $3\pi.r + 10r$

2) Considerando la misma figura, el área de la zona sombreada es:

a) $3\pi.r^2 + 16\ r^2$ b) $16\ r^2 - 3\pi.\ r^2$ c) $5/2\ .\ \pi.\ r^2 + 16\ r^2$ d) $16\ r^2 - 5/2\ .\ \pi.\ r^2$

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS DE LA GUÍA 2018

Primer Tema: EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y ECUACIONES LINEALES.

Ejercicio 1:

a)

a	b	c	a.b	a+c	b:c	a+b.c	a/b+c/b	b/a+b/c
5	6	2	30	7	3	17	7/6	4.2
0,1	4	8/5	0.4	17/10	5/2	13/2	17/40	85/2
1,5	0,5	20	3/4	21.5	1/40	11.5	43	$0.358\overset{\frown}{3}$
- 2	- 2/3	- 9	4/3	-11	2/27	4	33/2	22/3
$0.\overset{\frown}{1}$	1	0	1/9	1/9	No existe	1/9	1/9	No existe

b)
Verdadero, Falso (no se puede distribuir el denominador), Falso (no dice a ≠ 0),
Falso (no dice b ≠ 0).

Ejercicio 2:

1)	2)	3)	4)
$A = a(b+a)$, $P = 2.(2a+b)$	$A = (3l-2).l/2$ $P = 3l - 2 + 2.\sqrt{(3l-2)^2/4 + l^2}$	$A = (x+1)^2$ $P = 4.(x+1)$	$A = \pi.(a-b)^2$ $L_{circunf} = \pi.2.(a-b)$

Ejercicio 3:

a) $x = \frac{2-\sqrt{3}}{7}$ irracional	b) $x = -15$ entero	c) $x = 3$ natural	d) $x = \frac{11}{10}$ racional
e) $x = \frac{174}{9}$ racional	f) no tiene solución	g) $a = 5$ natural	h) $t = 15$ natural

Segundo Tema: FUNCIONES LINEALES Y CUADRATICAS

Ejercicio 1

a) y=-1+3x	b) y=-6+2x	c) y= 2-2/3 x	d) y= 1/7 x -2	e) y=1/2 x-5/2

Ejercicio 2

(51;-25,2) $\in$ a la recta, (-13 ; 6,7) $\notin$ a la recta, (0,3 ; 3/2) $\notin$ a la recta.

Ejercicio 3

a) con eje x: (5/3, 0) con eje y: (0, -5)	b) con eje x: (5, 0) con eje y: (0, 1)	c) con eje x: (5/2, 0) con eje y: (0, 1)	d) con eje x: (0, 0) con eje y: (0, 0)

Ejercicio 4

a) x = 3/5	b) x = 2	c) x = -1/5	d) x = -21

Ejercicio 5

$(x_0; y_0)$	$(x_1; y_1)$	Δx	Δy	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
(-1 ; -5)	(3; 3)	**4**	**8**	**2**
(-1 ; -5)	(2; 1)	**3**	**6**	**2**
(-1 ; -5)	(0,5; -2)	**1,5**	**3**	**2**
(-1 ; -5)	(0 ; -3)	**1**	**2**	**2**
(-1 ; -5)	(5 ; 7)	**6**	**12**	**2**

Ejercicio 6:

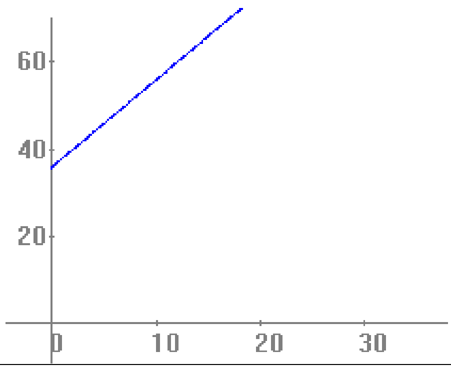
a) $y = \frac{3}{2}x + 3$	b) $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$	c) $y = \sqrt{3}x - 5$	d) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

Ejercicio 7

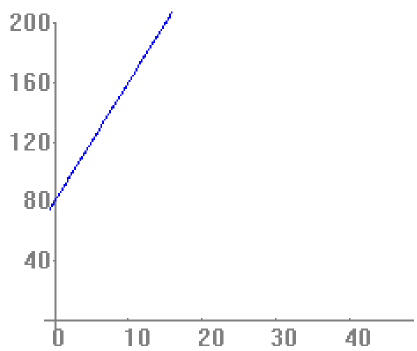
a) y = 2x	b) y = 4x	c) y = x + 1/2 x	d) y = x + 0.1x ó y = x - 0.1x	e) y = x - 0.08x

Ejercicio 8

a) p(x) = 2x+36



b) a(x) = 8x+80



Ejercicio 9

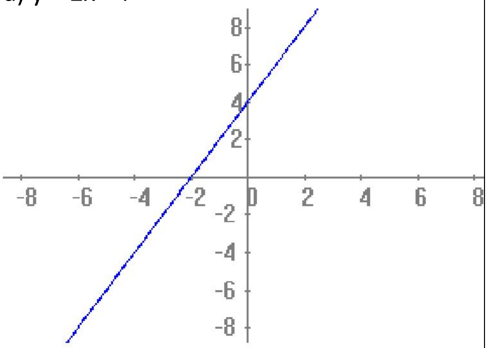
a) Si. m = 0,00003

b) A -20ºC mide 24,994 m y a 40ºC mide 25,012 m . La diferencia es 0,018 m = 18mm .

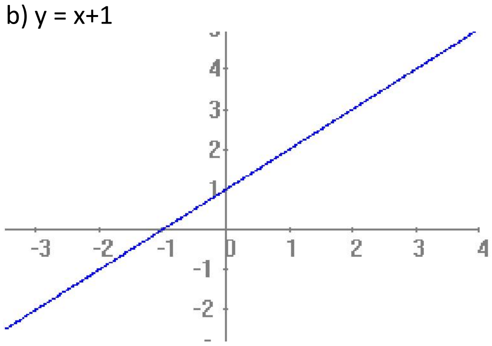
c) Justamente para que los rieles tengan espacio para dilatarse.

<u>Ejercicio 10</u>

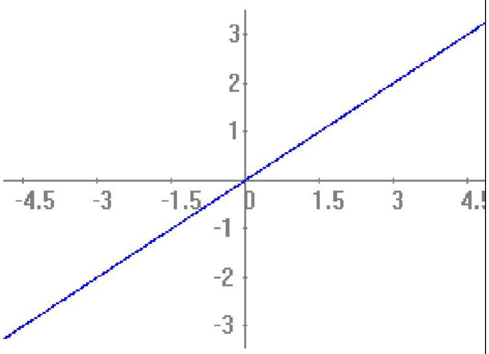
a) y = 2x +4



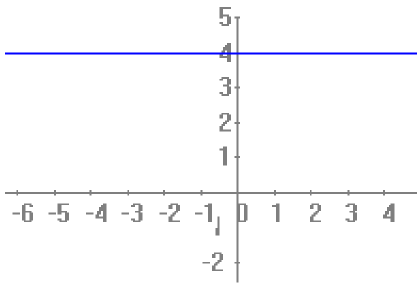
b) y = x+1



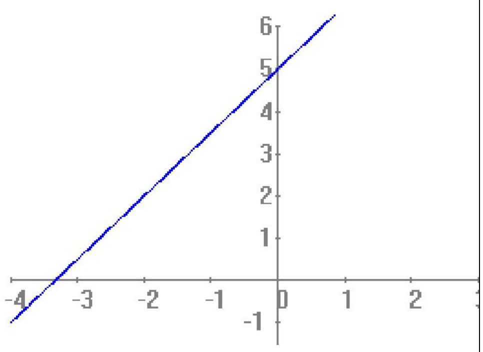
c) y = 2/3 x



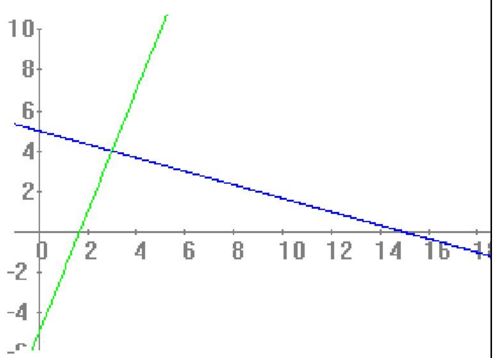
d) y = 4



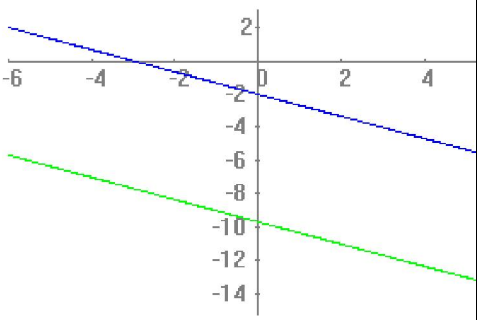
e) y = 3/2 x+5



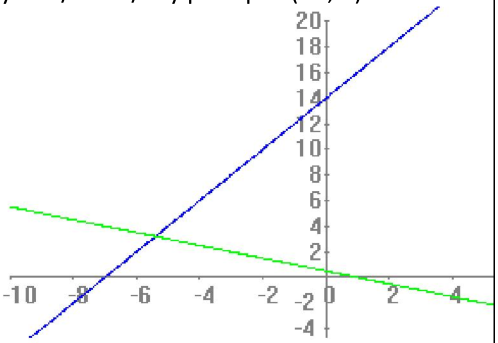
f) y = -1/3 x+5 es perpendicular a y = 3x-5 y pasa por (3,4)



g) y = -2/3 x-29/3 es paralela a 2x+3y+6=0 y pasa por (-7,-5)

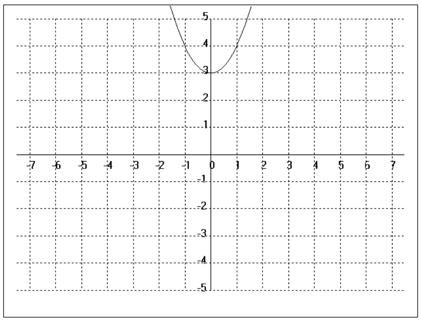


h) y = 2x+14 es perpendicular a y = -1/2 x+1/2 y pasa por (-5,4)

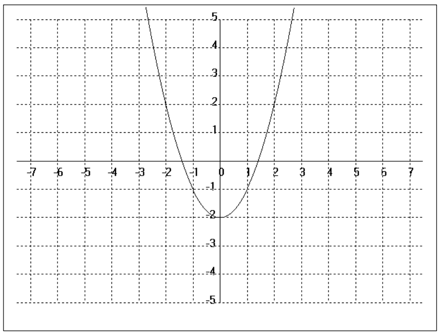


Ejercicio 11:

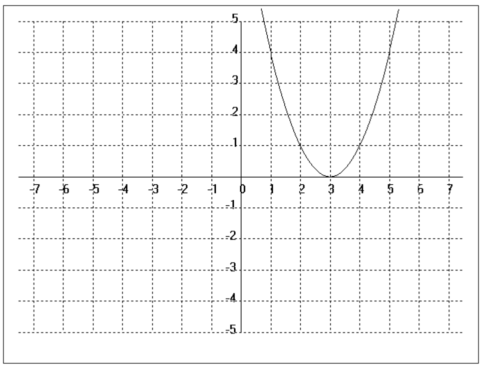
a)



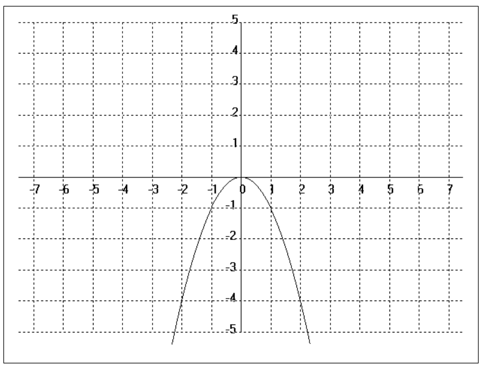
b)



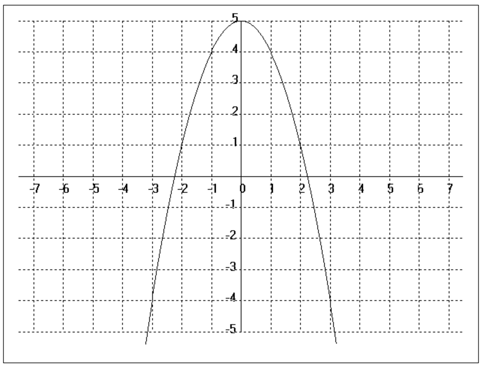
c)



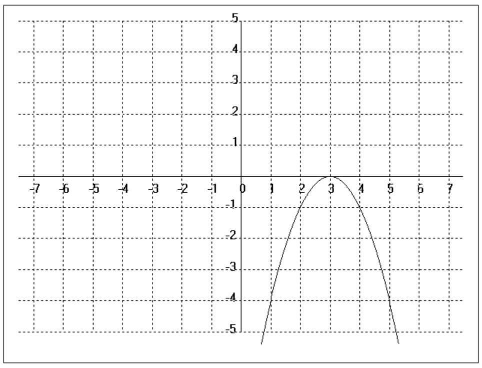
d)

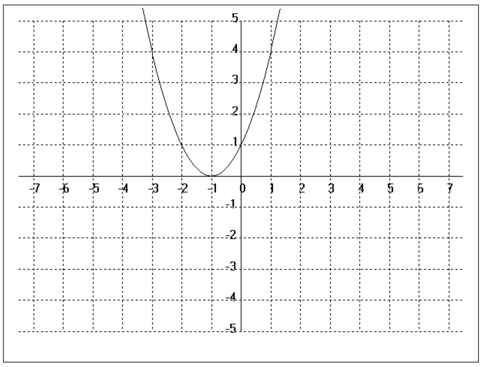


e)

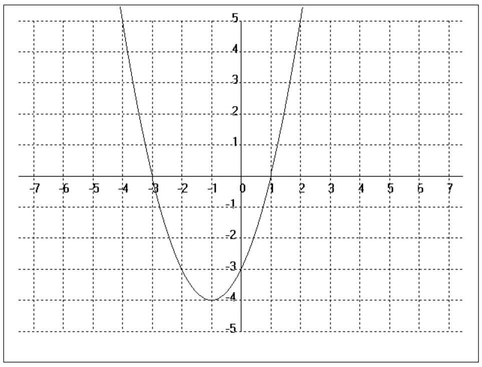


f)



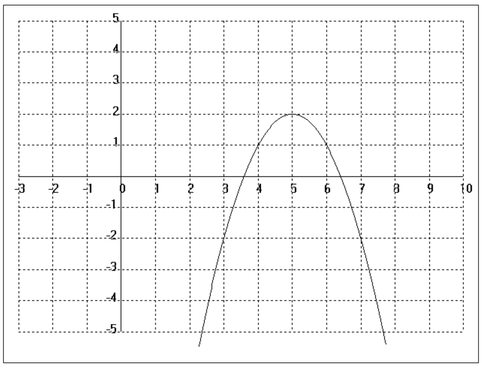


g)

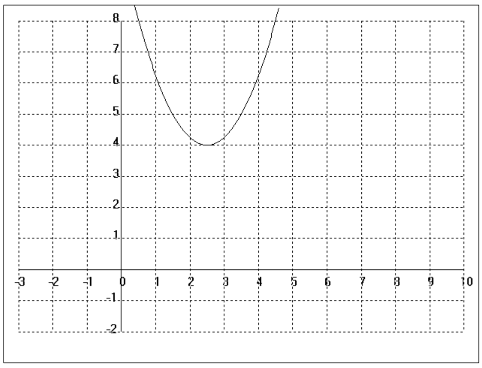


h)

i)



j)



Ejercicio 12:

a) $y = \left(x + 3\ \right)^2 - 1$	b) $y = \left(x - 2\right)^2 + 5$

Ejercicio 13:

$y = \left(x - 1\right)^2 - 4$	$y = -2x - 3$	$y = 2x - 7$	$y = -4$

Ejercicio 14:

Forma Polinómica	*Forma Factorizada*	*Forma Canónica*
$y = x^2 - 5x + 6$	$y = (x-3).(x-2)$	$y = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4}$
$y = 2x^2 + 2x - 4$	$y = 2(x-1)(x+2)$	$y = 2(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$
$y = \frac{-1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$	No puede factorizarse en el conjunto R de los números reales.	$y = -\frac{1}{4}(x+1)^2 - 1$

Ejercicio 15: $A(x) = x^2 + 6x$

Ejercicio 16:

$A(x) = 4x^2 + 16x$, x ≈3,385 metros

Tercer Tema: ECUACIONES - INECUACIONES LINEALES Y VALOR ABSOLUTO

Ejercicio 1:

a) $x > 4$; $S = (4, +\infty)$ b) $-\frac{7}{5} \le x$; $S = \left[-\frac{7}{5}, +\infty\right)$

c) $x < -4$; $S = (-\infty, -4)$ d) $x \ge -\frac{3}{4}$; $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

Ejercicio 2:

a) x =7 ó x = - 7	b) x = - 2 ó x = 2	c) x= 13 ó x = - 3
d) x = 2/3 ó x = -10/3	e) x = ½ ó x = - 1/2	f) x = - ½ ó x = - 3/8

Ejercicio 3:

a) $S = (-4, 4)$	b) $S = (-3, 3)$
c) $S = (-9, -5)$	d) $S = no$ existe
e) $S = \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]$	f) $S = \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$
g) $S = (-\infty, \infty)$	h) $S = \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$
i) $S = [0, 16]$	j) $S = (-\infty, 0] \cup \left[\frac{16}{3}, +\infty\right)$

Cuarto Tema : POLINOMIOS – FACTORIZACIÓN – EXPRESIONES RACIONALES -

Ejercicio 1:

a) $x+3$ si $x \neq 3$	b) $\frac{1}{x+1}$ si $x \neq 3 \wedge x \neq 0$
c) $\frac{1}{x+5}$ si $x \neq 5 \wedge x \neq -2$	d) x^2+2x+4 si $x \neq 2$
e) $\frac{x.(x-2)}{4x^3-5}$ si $x \neq 0$	f) $\frac{-(x^3-x^2-1)}{x-2}$ si $x \neq 0$
g) $\frac{x^3+2x+2}{3.(x+1)}$ si $x \neq 2$	h) $\frac{1}{x+4}$ si $x \neq 4$
i) $\frac{1}{x+1}$ si $x \neq 3 \wedge x \neq 0$	j) $\frac{x+2}{x-1}$ si $x \neq 1$
k) $\frac{1}{x-1}$ si $x \neq 0 \wedge x \neq -1$	

Ejercicio 2

a) $\frac{-6x^2-8x}{(x+3)(x-3)}$	b) $-\frac{1}{3y}$
c) $\frac{6x-2}{(x+2)(x-5)}$	d) $\frac{2}{x-1}$
e) $\frac{1}{(1-x).x}$	f) $\frac{(x+2)(x+4)}{x}$
g) $\frac{x-4}{x+4}$	h) $\frac{(x-3)}{16}$
i) 5	

Ejercicio 3:

a) A = -2 y B = 3	b) A = 3 B = $-\frac{2}{3}$ y C = $\frac{2}{3}$

Quinto tema: – FUNCION EXPONENCIAL Y LOGARITMO

Ejercicio 2 : a) x = 1 b) x = 0 c) x = 0 d) no existe solución e) x = 3 f) no existe solución g) x = 0

Ejercicio 3:

Enunciado	Expresión simbólica	Ejemplo numérico
El logaritmo de 1, en cualquier base, es 0.	$\log_b 1 = 0 \quad \forall$ b	$\log_7 1 = 0$
El logaritmo en base b de un número b es igual a 1 , cualquiera sea b.	$\log_b \mathrm{b} = 1 \quad \forall$ b	$\log_{10} 10 = 1$

El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores, si éstos existen	$\log_b(x \, . \, y) = \log_b x + \log_b y$	$\log(2.3) = \log 2 \ . \ \log 3$
El logaritmo de un cociente es igual a la resta entre los logaritmos del dividendo y el divisor, respectivamente, si éstos existen.	$\log_b(x : y) = \log_b x - \log_b y$	$\ln(3.5) = \ln 3 - \ln 5$
El logaritmo de una potencia es el igual al producto entre el exponente y el logaritmo de la base	$\log_b a^n = n \, . \log_b a$	$\log_3 5^2 = 2\log_3 5$

Ejercicio 4 : a) 4 b) -1 c) 2/3 d) 1 e) 0 d) 5/4

Ejercicio 5 : a) $\log(1+2x)^{1/x}$ b) $\ln\left(\frac{2x+1}{2x}\right)^{x/3}$ d) $\ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^{1/x}$
c) $\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^{3x}$ d) $\log(1+10x)^{1/x}$

Ejercicio 6 : a) -23/6 b) -27 c) 29/4

Ejercicio 7 : a) x = 6,373118 b) x = 1,43067 c) x = 1 d) x =2
e) x = 0 f) x = -1/2 g) x = 0,861353

Ejercicio 8 : a) x = 2 b) x = 5 c) x = 8 d) x = 9 e) x = $2\sqrt{2}$
f) x = 9,211102 g) x = 1/5 h) x = -1 i) x = 3 j) x = 5
k) x = 4 ; x = 1/2 l) x = 1 ; x = 32

Ejercicio 9:

a) 300 bacterias b) 711 bacterias

Sexto Tema: TRIGONOMETRIA

Ejercicio 1: c) 10π/9 ; b) 11π/6 ; b) 80º ;c) 315ºπ

Ejercicio 5 $\overline{AB}$ = 11,49 m, $\hat{B}$ = 34º 51´, $\hat{C}$ = 55º 9´

Ejercicio 6: $l_1 = 11{,}917m.$ $l_2 = 15{,}558m.$ áng = 50º

Ejercicio 7: 13,624 m.

Ejercicio 8: a) 27,2cm ; b) 22,94cm ; c) 39,01cm

ANEXOS

Primer Tema: EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y ECUACIONES LINEALES.

Ejercicio 1:

1.1) $\overrightarrow{ab} \cong 3.6cm$; Area=24 cm; Perím=22.6 cm	1.2) 2.5 dm	1.3) 1333 envases. quedan:250 cm^3	1.4) $P_{Círculo} = 2\pi.r$ $A_{Círculo} = \pi.r^2$

Ejercicio 2:

8.5×10^6	3×10^5	4×10^{-5}
1×10^{14}	2.3×10^5	3×10^5
10^{12}	10^{-12}	1×10^{100}

Ejercicio 3:

3.1) en 10 minutos hay 2^{10} bacterias. Habrá que esperar 15 minutos. A los 59 minutos está a la mitad.	3.2) 49/49 ; 6/49	3.3) 1/6 ; 5/6 9/12 ; 3/12
3.4) ≈ 0.33 mm	3.5) 3 y 2	3.6) 12 cm
3.7) ≈ 2.6 m^2	3.8) Si	3.9) Atún: S.Lat= 80.07cm^2 S.Total= 193.5025 cm^2 Vol= 170.15 cm^3
3.09) Arvejas: S.Lat= 197.82cm^2 S.Total= 274.75 cm^2 Vol= 346.185 cm^3	3.09) Helado: S.Lat= 42.39cm^2 S.Total= 49.45 cm^2 Vol= 20.72 cm^3	3.10) ≈ 2.3 cm
3.11.) P = 44 cm	3.12) Largo= 4.50 m , Ancho= 1.80 m	

Segundo Tema: FUNCIONES LINEALES Y CUADRATICAS.

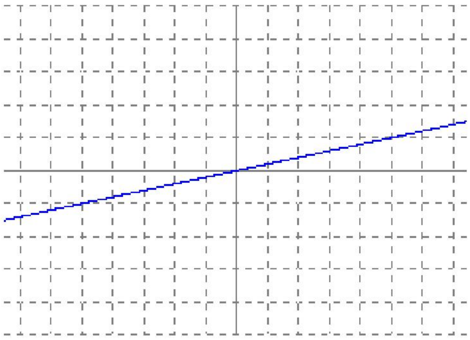
Ejercicio 1:

a) y = 2.8 x (la pendiente da la cantidad de m^2 que se pueden pintar con un litro de pintura)
b) y = (5/14) x (la pendiente da la cantidad de litros de pintura necesarios para pintar 1m^2)
c) y = 6x (la pendiente indica la cantidad de $ de costo por cada litro de pintura)

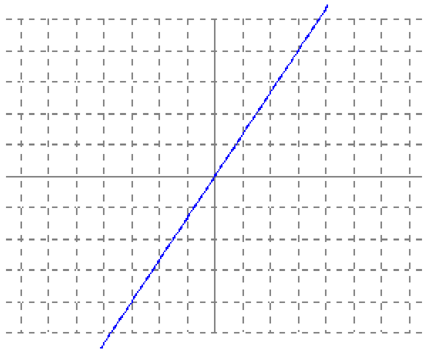
Ejercicio 2:

a)

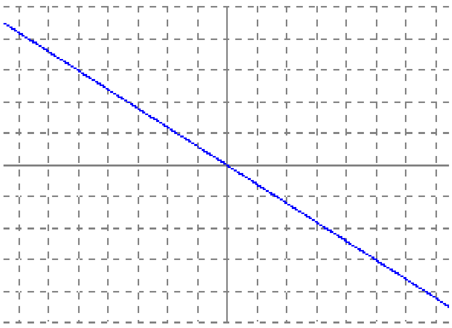
y = 0.2x



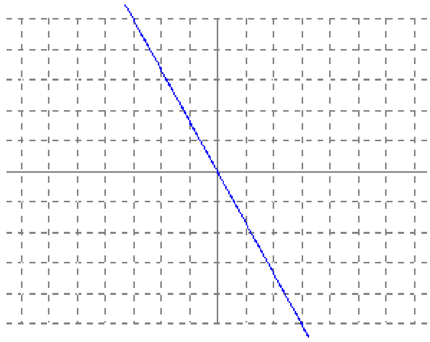
y = 4/3 x



y = -0.6x



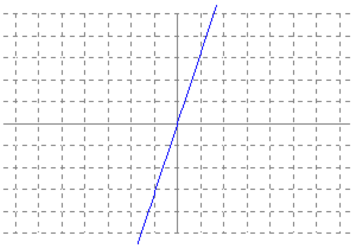
y = -5/3 x



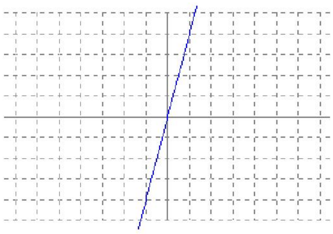
b) y = 1/3 x y = -1/3 x

Ejercicio 3:

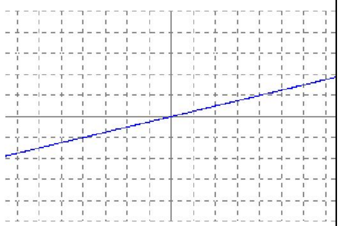
y = 3,2 x



y = 4x

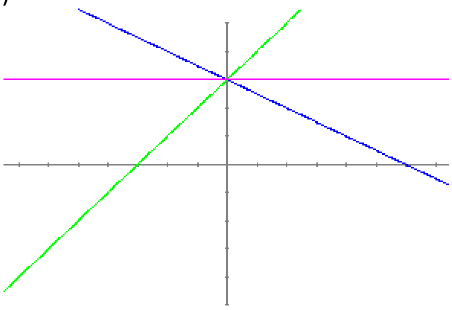


y = ¼ x

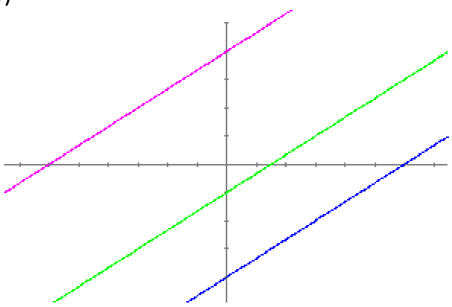


Ejercicio 4:

a)



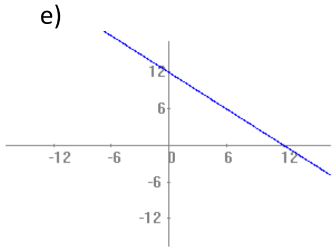
b)



Ejercicio 5:

a)

Base : x	1	2	3	4	5	6
Altura : y	11	10	9	8	7	6

b) No	c)Si	d) y = 12-x
e) 	f) base =3,8 cm	g) Dom f = (0 , 12)

Ejercicio 6:

a) y = 0,15 x	b) 1,15 x	c) 0,85 x

Ejercicio 7:

a) $ 29,70	b) y = 0,99 x

Ejercicio 8:

b) -45ºF $\rightarrow$ -42,7ºC   0ºF $\rightarrow$ -17,7 ºC   18ºF $\rightarrow$ -7,7 ºC   451ºF $\rightarrow$ 232,7 ºC

c) La temperatura sería de 37,7ºC lo cual implica un poco de fiebre pero no tan grave.

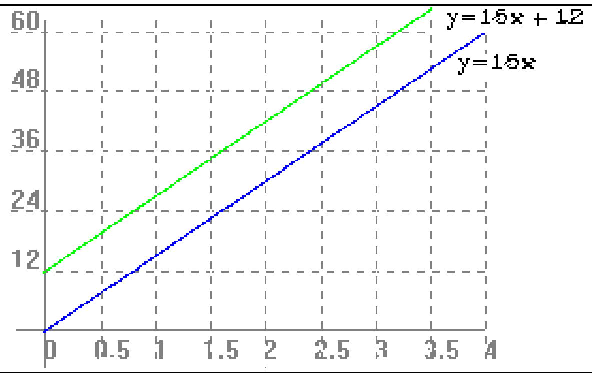
d) -15ºC $\rightarrow$ 5ºF   0ºC $\rightarrow$ 32ºF   90ºC $\rightarrow$ 194ºF

e) -40ºC =-40ºF

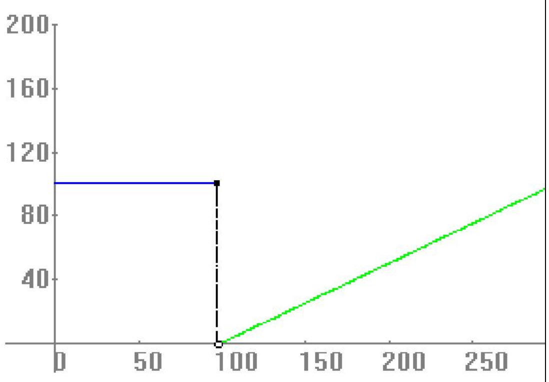
Ejercicio 9:

a) y = x+9/2 es lineal	b) y = 2/3 x +2 es lineal	c) y = $3x^2$+1 no es lineal

Ejercicio 10:

y_1 = 15 x (no va a domicilio) ; y_2 = 15x + 12 (va a domicilio)	

Ejercicio 11:

a) c(x) = $\begin{cases} 100 & \text{si} \quad x \leq 100 \\ 0{,}5x - 50 & \text{si} \quad x > 100 \end{cases}$ 	b) 445 km

Ejercicio 12:

a) $f(x) = -2x^2 + 6x - 2$	Raices= $x_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$
b) $y = x^2 + 4x$	Raices= $x_1 = 0$, $x_2 = -4$

Ejercicio 13:

$$y = -\frac{2}{3}.(x+2).(x-3)$$

Ejercicio 14:

a) $f(x) = 3x^2$	b) $f(x) = 2x^2 + 3$	c) $2x^2 - 6x$	d) $y = -2.(x-3)^2 + 18$

Ejercicio 15: 4 kilómetros

Ejercicio 16:

a) m= -3/2
b) m = -7/3
c) no existe valor de m que cumpla la condición que la curva pase por el origen de coordenadas.
d) m = -2

Ejercicio 17: Mínimo (4;-13)

Ejercicio 20:

a. 259 es el número de personas que enferman el quinto día-
b. La enfermedad deja de crecer a los veinte días.
c. A los 42 días la enfermedad desaparecerá.

Ejercicio 21:

- La cuadrática tiene ecuación $y = \frac{1}{4}(x-4)^2 - 4$. Y la función lineal: $y = \frac{1}{2}x - 4$
- Puntos de intersección: (2,-3) y (8,0), que se verifica en el gráfico.

Ejercicio 22:

El punto de impacto se obtiene resolviendo el sistema $\begin{cases} y = -2 \cdot x^2 + 4 \cdot x \\ y = 6 \cdot x - 6 \end{cases}$, que tiene dos soluciones: $x_1 = 1{,}3$ ($y_1 = 1{,}8$) y $x_2 = -2{,}3$ pues no tiene sentido para nuestro problema real. Es decir, el impacto se producirá en el punto (1,3 ; 1,8).

Cuarto Tema : POLINOMIOS – FACTORIZACIÓN – EXPRESIONES RACIONALES -

Ejercicio 1:

a) $P(x)\,Q(x) - \frac{1}{2}R(x) = \frac{27}{2}x^3 + 4x^2 - 18x + 13$

b) $R(x)[Q^2(x) + P(x)] = -102x^5 + 28x^4 + 126x^3 + 296x^2 + 288x + 48$

Ejercicio 2:

a) $(2x^3 - 4x^2 - 5x - 3) : (x + 1)$

Cociente	$2x^2 - 6x + 1$
Resto	-4

b) $(5x^3 - 4x - 3) : (x^2 - x)$

Cociente	$5x + 5$
Resto	$x - 3$

c) $(x^3 - 6x^2 + 2) : (1/3\,x + 1)$

Cociente	$3x^2 - 27x + 81$
Resto	-79

d) $(2x^5 + x^4 - 3x^3 + x^2) : (x^3 - x + 1)$

Cociente	$2x^2 + x - 1$
Resto	$-2x + 1$

Ejercicio 3:

a) $(2x^3 + 3x - 1) : (x - 2)$

Cociente	$2x^2 + 4x + 11$
Resto	21

b) $(-x^4 - 24x + 5) : (x + 3)$

Cociente	$-x^3 + 3x^2 - 9x + 3$
Resto	-4

c) $(3x^3 - 2x^2 - 2) : (x + 1)$

Cociente	$3x^2 - 5x + 5$
Resto	-7

Ejercicio 5:

a) $(2x^3 - 4x^2 - 5x - 3) : (x + 1)$

Cociente	$2x^2 - 6x + 1$
Resto	-4

Ejercicio 7:

$Q(x) = 2x^2 (x - 2)(x + 3/2)$

$P(x) = x^2 (-x + 2)$

Ejercicio 8:

Raices de Q(x)	$x = 0, x = 2, x = -3/2$
Raices de P(x)	$x = 0, x = 2$

Ejercicio 9:

a) $Q(x) = x^6 - x^2$

$Q(x) = x^2 (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

b) Raices de Q(x) son $x = 0$ (multiplicidad 2), $x = 1$, $x = -1$, $x = i$, $x = -i$

Ejercicio 10:

$R(x) = 3x^7 - 12x^5$	$x = 0$ (multiplicidad 5), $x = 2$, $x = -2$
$S(x) = -x^3 + 16x$	$x = 0, x = 4 , x = -4$
$T(x) = 2x^5 - 32x$	$x = 0, x = 2 , x = -2 , x = 2i , x = -2i$

Ejercicio 11:

$A(x) = (x^2 + 1)(x - 1)$

$B(x) = (2x^2 + 1)(x - 3)$

$C(x) = (x^4 - 1)(3x + 1)$

$D(x) = (x^2 + 2)(4x + 8)$

Ejercicio 12:

$L(x) = (2x + 1)^2$ $M(x) = (x - 1/3)^2$ $Ñ(x) = (5x^3 + 2)^2$

Ejercicio 13:

A(x) es primo en R[x] , B(x) es compuesto en R[x] , C(x) es compuesto en R[x] , D(x) es primo en R[x] , E(x) es compuesto en R[x] .

Ejercicio 14:

$A(x) = 2(x + 9)(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

$B(x) = 4(x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3)$

$C(x) = 2(x - 1)(x + 4)(x - 1/3)(x + 1)$

$D(x) = 8(x - 1)^3(x + 1)^3$

Ejercicio 15:

Raices de A(x)	$x=-9, x=-1, x=1, x=-i, x=i$
Raices de B(x)	$x=-1, x=1, x=-3, x=3$
Raices de C(x)	$x=-4, x=-1, x=1/3, x=1$
Raices de D(x)	$x=-1$(multiplic. 3), $x=1$(multiplic. 3)

Ejercicio 16:

$P(x) = (x-2)(x+4)(x-5)$ (como producto de polinomios primos)

$P(x) = x^3 - 2x^2 - 18x + 40$ (en forma desarrollada)

Ejercicio 17:

$P(x) = 6(x-6)(x-12)(x-18)(x-24)(x-30)(x-36)$

<u>Quinto tema: FUNCON EXPONENCIAL Y LOGARITMOS.</u>

<u>Ejercicio 1</u>:

a) p (t) = 10000. (1,02)^{t} b) 10612 habitantes

<u>Ejercicio 2</u>:

a) 100 e$^{-0,35}$ b) 100 e$^{-0,7}$

<u>Ejercicio 4</u>:

a) entre los 16 y los 17 años b) 8589 hab c) 5884 hab d)1331 hab e)5819 hab

<u>Ejercicio 5</u>: y = C_0 (1,03)^{t}

<u>Ejercicio 6</u>: a) 21,5 % b) t = 53,6

<u>Ejercicio 7</u>: a) [H^{+}] = 10^{-8} b) PH = 3,52 c) la sangre es alcalina

<u>Ejercicio 8</u>: a) PH = 10 b) PH = 12,47

<u>Sexto tema: TRIGONOMETRIA</u>

<u>Ejercicio 1:</u>

1) a) por ejemplo, $\alpha_1 = \pi/2$; $\alpha_2 = 5\pi/2$; $\alpha_3 = -3\pi/2$

2) a)x = 45º ; b) x = 60º ; c) x = 120º ; d) x_1=75º31’ 20,96” , x_2=284º28’ 39” ;
e) x_1=-26º33’ 54,18” , x_2=153º26’ 5,82”

<u>Ejercicio 2:</u>

ángulo=65º, altura ≈ 6,34 m , distancia ≈ 13,6m

<u>Ejercicio 3:</u>

α = 30º , base ≈ 17,32 m **<u>Ejercicio 4:</u>** a) altura ≈ 2,28 m , b) distancia ≈ 0,54 m

<u>Ejercicio 5:</u>

α = 26º33’54,18” **<u>Ejercicio 6:</u>** h1 = 14,96 m , h2 = 21,82 m , $\alpha \approx 56º$, $\beta \approx 65º$

<u>Ejercicio 7:</u>

altura ≈ 391,16 m

<u>Ejercicio 8:</u>

altura del depósito ≈ 415 pies ; altura de la ventana ≈ 152 pies

<u>Ejercicio 9:</u>

Perímetro≈ 40,40 cm; superficie≈6,87 cm^2

<u>Ejercicio 10:</u> 1) b 2)