Univ. Nacional de la Patagonia San Juan Bosco-Facultad de Ciencias Naturales.
Departamento de Química.

MODULO INTRODUCTORIO DE MATEMÁTICAS

AÑO 2023

NÚMEROS REALES:

1. Indicar a que conjunto/s pertenece cada uno de los siguientes números:

$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{-8}$	$\sqrt{25}$	$-\frac{9}{81}$
$1,0\hat{3}$	$1,87999$	-2^{-4}	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	$\frac{5}{8}$	e

2. Expresar los siguientes conjuntos usando notación de conjunto y representarlos en una recta numérica.

 a) El conjunto de todos los números reales menores o iguales que 6.
 b) El conjunto de todos los números reales mayores que -2 y menores que 5.
 c) El conjunto de todos los números reales negativos mayores o iguales que -10

3. Representar en una recta numérica los siguientes conjuntos. Expresar con palabras de que conjunto se trata.

 a) $A = \{a \in N : a > 4\}$ b) $B = \{b \in Z : -8 < b < -3\}$

 c) $C = \{c \in Q : c > 2/3\}$ d) $D = \{d \in R : d < -1\}$

4. Completa el siguiente cuadro (Puede ocurrir que no exista resultado, en algunos casos)

a	b	c	$a \cdot b$	$a + c$	$\frac{b}{c}$	$a + b \cdot c$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$	$\frac{b}{a} + \frac{b}{c}$
5	6	2						
0,1	4	$8/5$						
1,5	0,5	20						
-2	$-2/3$	-9						
$0,\hat{1}$	1	0						

5. Responde: ¿Cuáles de los siguientes enunciados son falsos y por qué?, para números $a, b, y\ c \in R$.

$\frac{(a+c)}{b} = \frac{a}{b} + \frac{c}{b}, \quad b \neq 0$	
$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad a, b \neq 0$	
$a - b = b - a$	

$a-(b+c)=a-b+c,$	
$\dfrac{1}{1/a}=a$	
$\dfrac{1}{b}=b^{-1}$	
$(a+b)^2=a^2+b^2$	
$\sqrt[3]{a+b}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$	

6. Simplificar cada una de las siguientes expresiones.

a) $$\frac{\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}{4^{-1}:\frac{2}{3}}$$

b) $$\frac{12:\frac{4}{3}}{\frac{9}{2}\cdot\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}}$$

7. Resolver utilizando la definición y las propiedades de la potenciación y radicación.

a) $2^{1}\cdot 2^{3}\cdot 2^{4}$

b) $\sqrt{2\cdot\sqrt{2\cdot\sqrt{2}}}$

c) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[6]{5^5}}\right)^3$

d) $\left(7^{-1}:7^{-3}\right)\cdot 7^{-2}$

e) $\left(\sqrt[5]{(-4)^3}:(-4)^{\frac{1}{5}}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{4}{5}}\right)^{-1}$

f) $\dfrac{\sqrt{3^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{-3}\cdot\sqrt[4]{3\cdot 2^3}}}{\left(\sqrt[8]{2}\cdot\sqrt[3]{3}\right)^6}$

8. Sean $a, b \in R+$, simplificar las siguientes expresiones aplicando propiedades.

a) $\dfrac{(a^2\cdot b)^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{b^5}}{\sqrt{a^{\frac{1}{2}}\cdot b}}$

b) $\dfrac{a\cdot\sqrt[3]{a^2\cdot b}}{\sqrt[3]{b}\cdot\sqrt{a\cdot b^3}}$

9. Calcular el valor exacto sin utilizar calculadora.

a) $-6\cdot 3-(-5)\cdot[-9:(-3)]$

b) $(3^2)^2-\left[(-2)^3\right]^2+(-5^2)$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}:\sqrt{8:\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}+\frac{3}{2}:(-2)-\left[\left(\frac{1}{2}-1\right)^{-1}\right]^0$

d) $\left(-\frac{16}{2}+4\right):4-\left(\frac{2-5}{-4}\cdot 2+\frac{3}{2}\right)$

e) $\left(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{12}}{6}-\frac{2\sqrt{3^3}}{3}+\frac{5\sqrt{48}}{12}\right).\sqrt{3}=$

f)

$$\frac{\sqrt{2}\,\sqrt{3:\left(\frac{8}{27}\right)}+\left(-\frac{3}{8}\right)\frac{15}{9}.3+1}{\left[3:\left(-\frac{1}{2}\right)+1\right]:\left(2-\frac{2}{7}\right)}$$

10. Resolver las siguientes expresiones sumando o restando términos con radicales semejantes.

a) $-4\cdot\sqrt{3}+5\cdot\sqrt{27}-3\cdot\sqrt{12}+\sqrt{243}$

b) $-3\cdot\sqrt{20}+4\cdot\sqrt{5}-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{45}+12\cdot\sqrt{5}$

c) $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{28}-2\cdot\sqrt{7}-\frac{3}{4}\cdot\sqrt{56}+7\cdot\sqrt{7}$

d) $3\cdot\sqrt{10}-5\cdot\sqrt{40}-\frac{1}{3}\cdot\sqrt{90}+\sqrt{1000}$

11. Resuelvan los siguientes cálculos hasta encontrar su mínima expresión:

a) $\frac{\sqrt[5]{m^2}\cdot\sqrt{m^5}}{\sqrt[4]{m^2}\cdot\sqrt{m}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^6\cdot b^{23}}}$

12. Racionalizar las siguientes expresiones y, cuando sea posible, operar algebraicamente hasta obtener una expresión más simple.

a) $\frac{15}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{3}+2}{5-\sqrt{5}}$

c) $\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ (siendo $x>0\,,y>0$)

d) $\frac{\sqrt{2+x}}{2+\sqrt{2+x}}$ (siendo $x\geq -2$)

13. Resuelve las siguientes ecuaciones, indicar a que conjunto numérico pertenece la solución obtenida y representarla en la recta numérica.

a) $7x+\sqrt{3}=2$

b) $3x+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}x-7$

c) $21-7x=41x-123$

d) $\frac{x}{4}-\frac{x-5}{2}=x-\frac{1}{8}$

e) $\frac{x+4}{5}-7=3-\frac{x+2}{4}$

f) $\left(\sqrt{(1+4)^2-16}-3\right)x=\frac{1}{5}$

g) $\frac{1}{6}(a+8)=\frac{3-2a}{4}+2a-\frac{73}{12}$

h) $\frac{2t}{15}-\frac{3t-5}{20}=\frac{t}{5}-3$

14. Encontrar, si existen, las soluciones de las siguientes ecuaciones cuadráticas.

a) $2x + 3 - x^2 = 0$

b) $2x^2 - x + 6 = 0$

c) $3x^2 = 12(x - 1)$

d) $2x^2 + \frac{1}{2}x + 1 = x(x - 2)$

15. Plantear cada uno de los siguientes problemas, resolver y verificar la validez de la respuesta Obtenida:

a) Hallar dos números naturales consecutivos tales que su producto sea 9506.

b) En 5 años Alberto tendrá 3 veces la edad que tendrá hace 7 años. ¿Cuántos años tiene Alberto?

c) Si a un número se le restan 30 unidades y esta diferencia se multiplica por 13, se obtiene 195. ¿Cuál es el número?

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Sabías que todas las sustancias que existen en el universo están constituidas por millones de partículas llamadas moléculas? Y que además, cada una de ellas está constituida por partículas muchísimo más pequeñas llamadas átomo?

Lo que mide un átomo es aproximadamente 1 dividido 100.000.000.000, es decir, una cien milésima parte de un millonésimo de milímetro, es decir:

0.00000000001 milímetros

Que en notación científica podemos expresar como:

$1\text{x } 10^{-11}$ milímetros.

16. NOTACIÓN CIENTÍFICA: Expresa con notación científica la cifra que se menciona en cada una de las siguientes frases:

a) Una ciudad tiene ocho millones y medio de personas...................

b) Se contaron en un cultivo trescientas mil bacterias.......................

c) El error absoluto cometido en una aproximación realizada es de 0,00004.........................

d) La estrella más cercana a nosotros (hasta el momento conocida) es Epsilon Eridami, ubicada a 100.000.000.000.000 Km....................

e) Doscientas treinta mil personas visitaron una exposición de antigüedades en San Telmo.....................

f) La velocidad de la luz es aproximadamente de 300.000 Km/seg……

g) Un billón...

h) Una billonésima..

i) El GOOGOL..

VALOR ABSOLUTO E INECUACIONES

16. Representar gráficamente y escribir como conjunto la solución de:

a) $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty) =$
b) $[-3; +\infty) \cap [2; 4) =$
c) $(0; 3) \cup [2; +\infty) =$
d) $(-2; 2] \cap [5; +\infty) =$
e) $(-1; 0] \cap [0; 3] =$
f) $(-\infty; 3] \cup (-1; +\infty) =$

17. Hallar si existen, los valores de x que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$a)\ \left|\frac{3}{2}x\right| = 0$ $\quad b)\ |-3x| = 6$ $\quad c)\ |x-4| = 4$

$d)\ |x| = -5$ $\quad e)\ |2x+1| = \frac{1}{3}$ $\quad f)\ |-3x+2| = 4$

18. Resuelva, grafique en la recta real y escriba su solución en forma de intervalos:

a) $|x|<4$ b) $|-x|<3$ c) $|x+7|<2$ d) $|5x-1|<-6$ e) $|5-8x|\leq 1$

f) $|x/3|>1/2$ g) $|4x-1|\geq 0$ h) $|1-3x|>2$ i) $\left|\frac{x-8}{4}\right| \leq 2$ j) $\left|\frac{3x-8}{2}\right| \geq 4$

LOGARITMOS

19. Completa el siguiente cuadro:

Enunciado	Expresión Simbólica	Ejemplo Numérico
El logaritmo de 1, en cualquier base, es cero.	$\log_b 1 = 0$, $con\ b > 0\ y\ b \neq 1$	$\log_7 1 = 0$
	$\log_b b = 1\ \ \forall\ b$	
El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores, si estos existen.	$\log_b(x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$	
El logaritmo de un cociente es igual a la resta entre los logaritmos del dividendo y del divisor, si estos existen y el divisor es distinto de cero		
	$\log_b a^n = n \cdot \log_b a$	

20. Calcula aplicando la definición de logaritmo:

$a)\ \log_2 16 =$ $\qquad d)\ \log_3 3 =$

$b)\ \log_2 \frac{1}{2} =$ $\qquad$ e) $\log_3 1 =$

$c)\ \log_{27} 9 =$ $\qquad$ f) $\log_{16} 32 =$

21. Resolver usando la calculadora

$a)\quad \log\ e \qquad b)\quad \log\ (3.10^{-2}) \qquad c)\quad \ln\ 256.32$

$d)\quad \ln\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)^4 - \log 3 \qquad e)\quad \left(\ln\sqrt{3}-\log 4\right)^2 - \ln 18 \qquad f)\quad \log\left(\ln\sqrt{2}\right)$

22. Emplear cambio de base para hallar el resultado usando la calculadora

$a)\quad \log_4 8 \qquad b)\quad \log_3 32 \qquad c)\quad \log_{4,5} 0.21 \qquad d)\quad \log_{0.15} 47$

23. Escribe las siguientes expresiones como un único logaritmo.

a) $\left(\dfrac{\ln(1+2x)}{x}\right)$ $\qquad$ b) $\left(\dfrac{x}{3}\right)\left[\ln(2x+1)-\ln(2x)\right]$

c) $\dfrac{1}{x}\ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)$ $\qquad$ d) $(3x)\left[\ln(x+1)-\ln x\right]$ $\qquad$ e) $\left(\dfrac{\log(1+10x)}{x}\right)$

24. Calcula aplicando propiedades:

a) $\log\dfrac{0{,}01.\sqrt[3]{0{,}1}}{\sqrt{10^3}} =$; b) $\log_2\left(\dfrac{\sqrt[5]{2}.1/2}{\sqrt{4}}\right)^{15} =$; c) $\log_2\left(\dfrac{2^4.\sqrt[3]{2}}{\sqrt{1/2}}\right)^{3/2} =$

TRIGONOMETRIA

25. Marca con una **"x"** la opción correcta.
Recuerda que, para medir ángulos se utilizan distintos sistemas de medición: Sexagesimal (la unidad es el **grado sexagesimal** (1º), Circular o radial (la unidad es el **radián**) y Centesimal.

*Un ángulo de 200º es equivalente a :			
a) (1/3) π ☐	b) (3/10) π ☐	c) (10/9)π ☐	d) (9/10)π ☐
*Un ángulo de 330º es equivalente a :			
a) (11/3) π ☐	b) (11/6) π ☐	c) (15/9) π ☐	d) (4/3) π ☐
*Un ángulo de 4/9 π es equivalente a :			
a) 100º ☐	b) 80º ☐	c) 60º ☐	d) 40º ☐
*Un ángulo de - π/4 es equivalente a :			
a) 270º ☐	b) 135º ☐	c) 315º ☐	d) 225º ☐

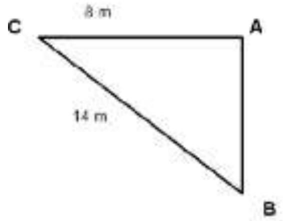
26.

a) Dibuja un triángulo equilátero de 1cm de lado, traza la altura, aplica el Teorema de **Pitágoras** y obtiene los valores exactos de las seis razones trigonométricas de 60º**.** **(Sugerencia:** puedes aplicar este importante teorema a otras figuras geométricas y calcular las razones trigonométricas de otros ángulos. Inténtalo.

b) Completa la tabla de valores exactos de las razones trigonométricas de ángulos particulares.

α (en grados)	0°	30°	45°	60°	90°
α (en radianes)				$\pi/3$	
Sen α				$\sqrt{3}/2$	
Cos α				$1/2$	
Tg α				$\sqrt{3}$	
Medida del arco				$\pi/3$	
giro				1/6 giro	

27. Teniendo en cuenta los datos que figuran en el triángulo rectángulo, encuentre la amplitud de los ángulos interiores y la medida del lado AB



28. De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus ángulos agudos es 40º y que el cateto opuesto a éste mide 10m. Calcular el ángulo y los lados que faltan.

29. Calcular la altura de la torre el observador está a 7 m de la base de la torre, el ángulo con el que está observando la cúspide es de 60ºy sostiene el artilugio a una altura de 1,5 metros.

30. Halla, en cada caso tres ángulos que verifiquen cada una de las ecuaciones. Expresa sus medidas en radianes.

a) $sen\, x = 1$

b) $\cos x = -1$

c) $\text{tg}\, x = 0$

FUENTES:

- MÓDULO INTRODUCTORIO DE MATEMÁTICA – UNPSJB – Sede Comodoro Rivadavia
- Curso de Nivelación. Matemática. Notas Teóricas y Guía de Actividades." Departamento de Matemática. UNS.
- Trabajo Practico Nº 1. Cátedra Matemática 1 – SEDE TRELEW – U.N.P.S.J.B.